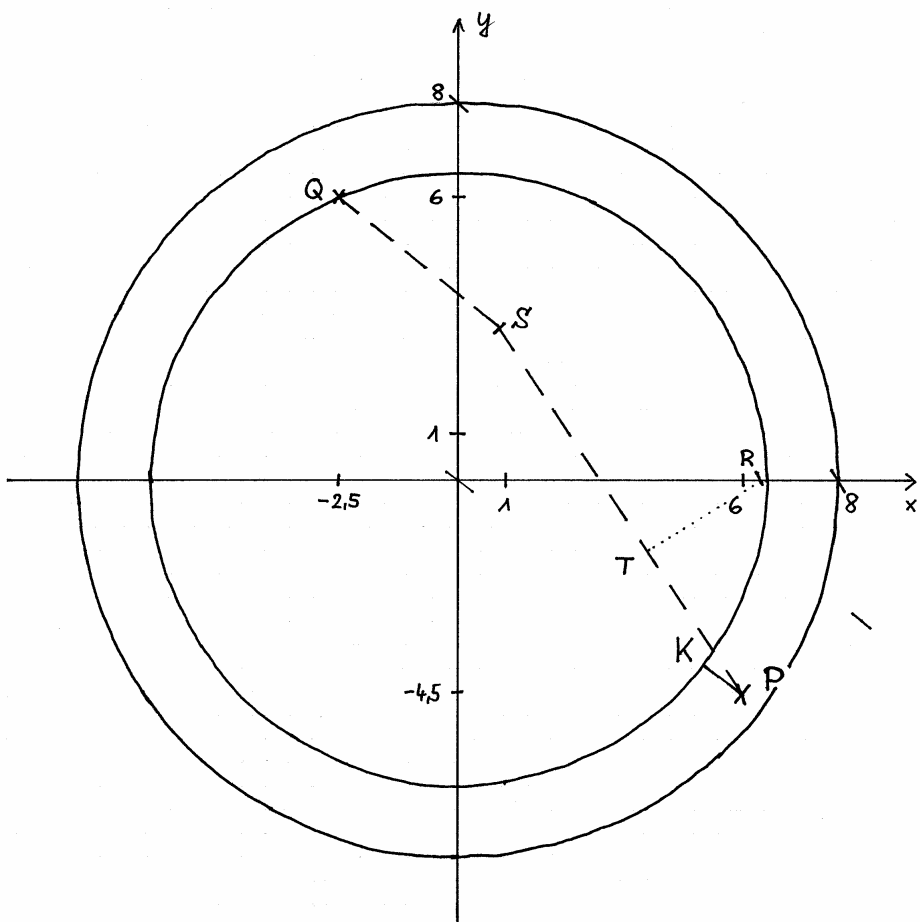


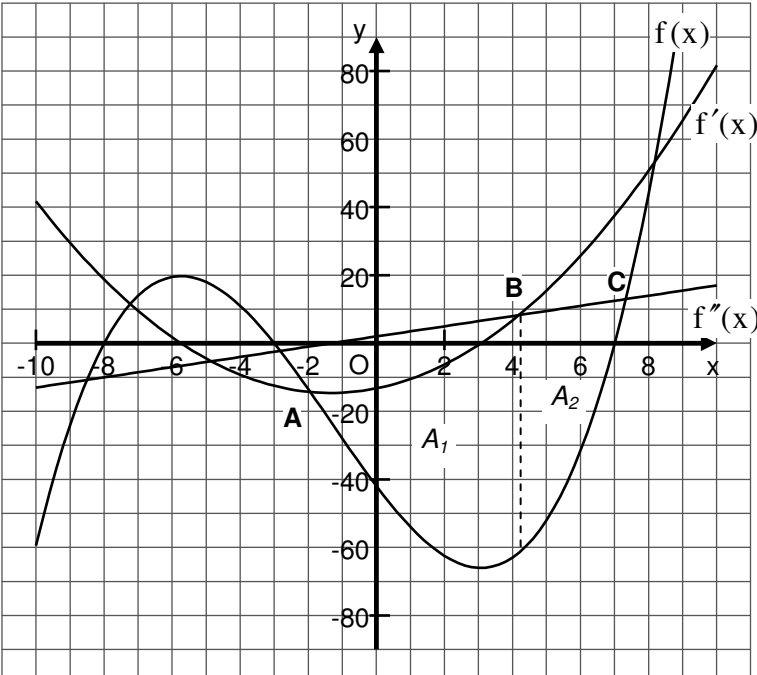
Aufgabe 1 Raumgeometrie	16 P.
<p>a)</p>  <p>Uferlinie ($r = 8$ cm) (0.5 P.), Punkte P und Q (0.5 P.), Ringstrasse durch Q (0.5 P.), Stichstrasse \overline{KP} (Verlängerung geht durch Nullpunkt!) (0.5 P.)</p>	2 P.



b)	<p>(Geraden-) Gleichungen der beiden Tunnelstollen:</p> $p: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad q: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.5 \\ 6 \\ 1.5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 11 \\ -9 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1 P.)$ <p>Gleichsetzen:</p> $\begin{vmatrix} 6 & - & 4s & = & -2.5 & + & 11t \\ -4.5 & + & 6s & = & 6 & - & 9t \\ 0.5 & + & s & = & 1.5 & + & t \end{vmatrix}$ <p>Umformen:</p> $\begin{array}{l} \text{I.} \quad \begin{vmatrix} -4s & = & -8.5 & + & 11t \\ 6s & = & 10.5 & - & 9t \\ s & = & 1 & + & t \end{vmatrix} \\ \text{II.} \\ \text{III.} \end{array} \quad (z.B.)$ <p>III in II: $6 + 6t = 10.5 - 9t \Rightarrow t = 0.3$ (1 P.) in III: $s = 1.3$ (0.5 P.) Kontrolle in I: $-5.2 = -5.2 \Rightarrow \underline{\underline{p \text{ schneidet } q!}}$ (1 P.)</p> <p>Einsetzen:</p> $\begin{pmatrix} 6 \\ -4.5 \\ 0.5 \end{pmatrix} + 1.3 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 3.3 \\ 1.8 \end{pmatrix} \quad (z.B.) \Rightarrow \underline{\underline{S(0.8/3.3/1.8)}} \quad (0.5 P.)$ <p><u>Variante:</u> Parameter t (oder s) direkt in die Geradengleichung einsetzen, S ausrechnen und kontrollieren, ob S auch auf der anderen Geraden liegt.</p>	4 P.
c)	$\overrightarrow{QS} = \begin{pmatrix} 0.8 + 2.5 \\ 3.3 - 6 \\ 1.8 - 1.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.3 \\ -2.7 \\ 0.3 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \overline{QS} = \sqrt{3.3^2 + 2.7^2 + 0.3^2} = \sqrt{18.27} = 4.27434... \quad (1 P.)$ $\overrightarrow{PS} = \begin{pmatrix} 0.8 - 6 \\ 3.3 + 4.5 \\ 1.8 - 0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5.2 \\ 7.8 \\ 1.3 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow \overline{PS} = \sqrt{(-5.2)^2 + 7.8^2 + 1.3^2} = \sqrt{89.57} = 9.46414... \quad (0.5 P.)$ $\ell = \overline{QS} + \overline{PS} = 13.73848... \approx \underline{\underline{13.74}} \quad (0.5 P.)$ <p><u>Variante:</u> Direkt in Distanzformel einsetzen.</p>	2 P.
d)	vgl. Bild a) (gestrichelt)	1 P.

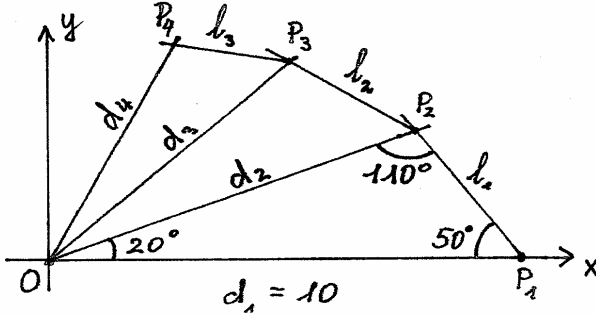


e)	<p>Richtung von p: $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$; Horizontale: $\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$</p> <p>Zwischenwinkel:</p> $\cos \varphi = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}}{\sqrt{(-4)^2 + 6^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 6^2 + 0^2}}$ $= \frac{16 + 36 + 0}{\sqrt{53} \cdot \sqrt{52}} = \frac{52}{\sqrt{2756}} = 0.990521...$ <p>$\Rightarrow \varphi = 7.895142...^\circ \approx \underline{7.90^\circ}$ (2 P.)</p> <p>Steigung: $m = \tan(\varphi) = 0.138675... \approx \underline{14\%}$ (1 P.)</p> <p><u>Variante:</u> Steigung von p: Höhendifferenz durch Länge der Horizontalen. $m = \frac{\Delta h}{\Delta \ell} = \frac{1}{\sqrt{52}} = 0.138675... \approx \underline{14\%}$</p> <p>Steigungswinkel: $\varphi = \tan^{-1}(m) = 7.895142...^\circ \approx \underline{7.90^\circ}$</p>	3 P.
f)	<p>Der Hilfsstollen vom Punkt R(6.4/0/1.6) trifft auf den Stollen p im Punkt T(6 - 4s / -4.5 + 6s / 0.5 + s). (0.5 P.)</p> <p>$\Rightarrow \overrightarrow{RT} = \begin{pmatrix} 6-4s \\ -4.5+6s \\ 0.5+s \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6.4 \\ 0 \\ 1.6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.4-4s \\ -4.5+6s \\ -1.1+s \end{pmatrix}$ (1 P.)</p> <p>$\Rightarrow \overline{RT}^2 = (-0.4-4s)^2 + (-4.5+6s)^2 + (-1.1+s)^2 \rightarrow \text{minimal}$ (1 P.) (mit $Y_I = \dots$ und <i>minimum</i>)</p> <p>$\Rightarrow \underline{s = 0.5}$ (0.5 P.)</p> <p>\Rightarrow Einsetzen: $\overrightarrow{RT} = \begin{pmatrix} -0.4-2 \\ -4.5+3 \\ -1.1+0.5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.4 \\ -1.5 \\ -0.6 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -24 \\ -15 \\ -6 \end{pmatrix}}} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -8 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}}}$ (1 P.)</p> <p>(Die Koordinaten von T lauten: T(4/-1.5/1).)</p> <p><u>Variante: Mit Skalarprodukt</u> Bedingung: $\overrightarrow{RT} \cdot \vec{p} = 0$, wobei \vec{p} die Richtung des Stollens p ist. Eingesetzt: $(-0.4-4s) \cdot (-4) + (-4.5+6s) \cdot 6 + (-1.1+s) \cdot 1 = 0$ von Hand gelöst oder mit <i>solver</i> oder mit $Y_I = \dots$ und <i>zero</i> folgt $\underline{s = 0.5}$.</p>	4 P.

Aufgabe 2 Analysis		17 P.
a)	$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2x - \frac{53}{4}$ $f''(x) = \frac{3}{2}x + 2$	<p>(1 P.)</p> <p>(0.5 P.)</p> <p>1.5 P.</p>
b)	 <p> f (1.5 P.) f' (1 P.) f'' (1 P.) </p>	3.5 P.
c)	Dort, wo die 1. Ableitung f' maximal ist, hat die Funktion f ihre steilste Stelle (ihre Steigung ist vom Betrage her maximal). Das bedeutet, die Funktion f besitzt an dieser Stelle einen Wendepunkt.	1 P.
d)	<p>Durchschnittliche Steigung im Intervall $[-8; -6]$:</p> <p>$f(-8) = 0$; $f(-6) = 19.5$ (mit <i>value</i> oder <i>table</i>)</p> <p>$\Rightarrow m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{19.5 - 0}{-6 - (-8)} = \frac{19.5}{2} = \underline{\underline{9.75}}$ (1 P.)</p> <p>Momentane Steigung an der Stelle $x = -8$:</p> <p>$f'(-8) = \underline{\underline{18.75}}$ (mit <i>value</i> oder <i>table</i> oder dy/dx) (1 P.)</p> <p>Schnittwinkel mit x-Achse:</p> <p>$\varphi = \tan^{-1}(18.75) = 86.94711749^\circ \approx \underline{\underline{86.95^\circ}}$ (1 P.)</p>	3 P.



e)	<p>Schnittpunkte bestimmen mit <i>intersect</i>: $A(-1.943691971/-14.30393008)$, $B(4.188219989/8.282329983)$, $C(7.328268229/12.99240234)$. (1.5 P.)</p> <p>Fläche für die Integration in zwei Gebiete aufteilen!</p> <p>linker Teil: $A_1 = \left \int_A^B (f'(x) - f(x)) dx \right = 256.1643359$ (mit <i>fnInt</i>) (1 P.)</p> <p>rechter Teil: $A_2 = \left \int_B^C (f''(x) - f(x)) dx \right = 137.1400955$ (mit <i>fnInt</i>) (1 P.)</p> <p>ganze Fläche: $A = A_1 + A_2 = 393.3044314 \approx \underline{\underline{393.30}}$ (0.5 P.)</p> <p><u>Variante für Teilflächen A_1 und A_2:</u> 1) Zuerst f' und f (resp. f'' und f) separat integrieren und dann die Flächen voneinander subtrahieren. 2) Integralfunktionen zeichnen: $Y_4 = \text{fnInt}(\dots)$. Dann mit <i>value</i>.</p>	4 P.
f)	<p>Nullstelle von f'': $x_0 = -\frac{4}{3}$ (mit <i>zero</i>) (0.5 P.)</p> <p>Der entstehende Rotationskörper heisst <u>Kegel</u>. (0.5 P.)</p> <p>$V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ mit $r = f''(6) = 11$ (mit <i>value</i> oder <i>table</i>)</p> <p>und $h = 6 + \frac{4}{3} = 7\frac{1}{3} = \frac{22}{3}$.</p> <p>$\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 11^2 \cdot \frac{22}{3} = \frac{2662}{9} \Rightarrow V_{\text{Kegel}} = \underline{\underline{\frac{2662}{9} \cdot \pi}}$ (1.5 P.)</p> <p><u>Variante für Nullstelle:</u> $f''(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}x + 2 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{3}$.</p> <p><u>Variante für Kegelvolumen:</u> mit Rotationsformel: $V_{\text{Kegel}} = \pi \cdot \int_{-4/3}^6 (f''(x))^2 dx = 929.2132938$ (mit <i>fnInt</i>)</p> <p>resp. $\frac{V_{\text{Kegel}}}{\pi} = \int_{-4/3}^6 (f''(x))^2 dx = 295.7777778 = \frac{2662}{9}$ (mit <i>fnInt</i> und <i>frac</i>).</p>	2.5 P.
g)	<p>Nullstellen von f: $x_1 = -8$, $x_2 = -3$ (mit <i>zero</i>) (0.5 P.)</p> <p>$V_{\text{rot}} = \pi \cdot \int_{-8}^{-3} (f(x))^2 dx = 3214.054984 \approx \underline{\underline{3214.05}}$ (mit <i>fnInt</i>) (1 P.)</p>	1.5 P.

Aufgabe 3 Folgen und Reihen		12 P.									
3.1 a)	 <p>Winkelfelder mit 20° (0.5 P.), $\overline{OP_1} = 10$ (0.5 P.), 50°-Winkel (0.5 P.), Streckenzug (0.5 P.).</p>	2 P.									
3.1 b)	<p>Allgemein gelten die folgenden Sinussätze:</p> $\frac{\ell_n}{d_n} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} \Rightarrow \ell_n = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} \cdot d_n$ $\frac{d_{n+1}}{\ell_n} = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} \Rightarrow d_{n+1} = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot \ell_n$ <p>Es folgt: $\ell_{n+1} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 110^\circ} \cdot \frac{\sin 50^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot \ell_n = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 110^\circ} \cdot \ell_n$</p> <p>Insbesondere sind:</p> <table border="0"> <tr> <td>$d_1 = 10$</td> <td>$\ell_1 = 3.639702343$</td> <td>(1 P.)</td> </tr> <tr> <td>$d_2 = 8.152074691$</td> <td>$\ell_2 = 2.967112535$</td> <td>(1 P.)</td> </tr> <tr> <td>$d_3 = 6.645632177$</td> <td>$\ell_3 = 2.418812300$</td> <td>usw.</td> </tr> </table> <p>Die Strecken $\ell_1, \ell_2, \ell_3 \dots$ bilden eine geometrische Folge mit</p> $q = \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\ell_3}{\ell_2} = \frac{\ell_{n+1}}{\ell_n} = \frac{\sin 50^\circ}{\sin 110^\circ} = 0.8152074691. \quad (1 P.)$ <p>Die Gesamtlänge ℓ des nicht abbrechenden Streckenzuges ist die unendliche geometrische Reihe (Summe): $\ell = \frac{\ell_1}{1-q} = 19.69615506 \approx \underline{\underline{19.70}} \quad (1 P.)$</p>	$d_1 = 10$	$\ell_1 = 3.639702343$	(1 P.)	$d_2 = 8.152074691$	$\ell_2 = 2.967112535$	(1 P.)	$d_3 = 6.645632177$	$\ell_3 = 2.418812300$	usw.	4 P.
$d_1 = 10$	$\ell_1 = 3.639702343$	(1 P.)									
$d_2 = 8.152074691$	$\ell_2 = 2.967112535$	(1 P.)									
$d_3 = 6.645632177$	$\ell_3 = 2.418812300$	usw.									



3.2 a)	<p>Es wird in jedem Schritt $2/100 = 1/50$ der Flüssigkeit abgeschöpft, also $1/50$ vom Alkohol und $1/50$ vom Wasser, und durch Wasser ersetzt. Es bleiben somit jeweils $49/50$ des Alkohols erhalten.</p> <p>Am Anfang: 80 l Alkohol Nach 1-mal Abschöpfen: $80 \cdot 49/50 = 78.4$ l Alkohol (1 P.) Nach 2-mal Abschöpfen: $78.4 \cdot 49/50 = 76.832$ l Alkohol usw. (1 P.)</p> <p>Die Alkoholvolumina bilden eine geometrische Folge mit $q = \frac{49}{50} = 0.98$. (1 P.)</p> <p>Nach 10-mal Abschöpfen: $80 \cdot 0.98^{10} = 78.4 \cdot 0.98^9 = 65.36582455 \approx \underline{65.37 \text{ l Alkohol}}$ (1 P.)</p>	4 P.
3.2 b)	<p>Mit dem Bildungsgesetz für die geometrische Folge: $80 \cdot 0.98^n = 78.4 \cdot 0.98^{n-1} = 30$ (1 P.) (30 % entsprechen hier gerade 30 l!)</p> <p>Mit <i>solver</i> oder graphisch mit $Y_1 = \dots$, $Y_2 = \dots$ und <i>intersect</i> oder <i>table</i> $n = 48.5493 \dots \Rightarrow \underline{n = 49}$ (1 P.)</p>	2 P.

Aufgabe 4 Wahrscheinlichkeit		15 P.
a)	<p>4 Sch aus den 5. Klassen, total 13 Sch.</p> $\frac{4}{13} \cdot \frac{3}{12} = \frac{1}{13} = 0.076923 \dots = \underline{7.69 \%}$ <p><u>Variante:</u> $g = \binom{4}{2} = 6$, $m = \binom{13}{2} = 78 \Rightarrow \frac{g}{m} = \frac{6}{78} = \frac{1}{13} = \dots$</p>	2 P.
b)	<p>günstige Fälle: Kl. 3 & 4: $3 \cdot 6 = 18$ Kl. 3 & 5: $3 \cdot 4 = 12 \Rightarrow g = 54$ Kl. 4 & 5: $6 \cdot 4 = 24$</p> <p>mögliche Fälle: $m = \binom{13}{2} = 78$</p> $\Rightarrow \frac{g}{m} = \frac{54}{78} = \frac{9}{13} = 0.692307 \dots = \underline{69.23 \%}$ <p><u>Varianten:</u> 1) Mit Berücksichtigung der Reihenfolge werden $g = 108$ und $m = 156$. 2) Mit Gegenereignis: Nicht Kl. 5 & 5 (vgl. a)), nicht Kl. 4 & 4, nicht Kl. 3 & 3. $1 - \left[\left(\frac{4}{13} \cdot \frac{3}{12} \right) + \left(\frac{6}{13} \cdot \frac{5}{12} \right) + \left(\frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} \right) \right] = \frac{9}{13}$ 3) Mit Baumdiagramm (aufwändig, da sechs Pfade)</p>	2 P.

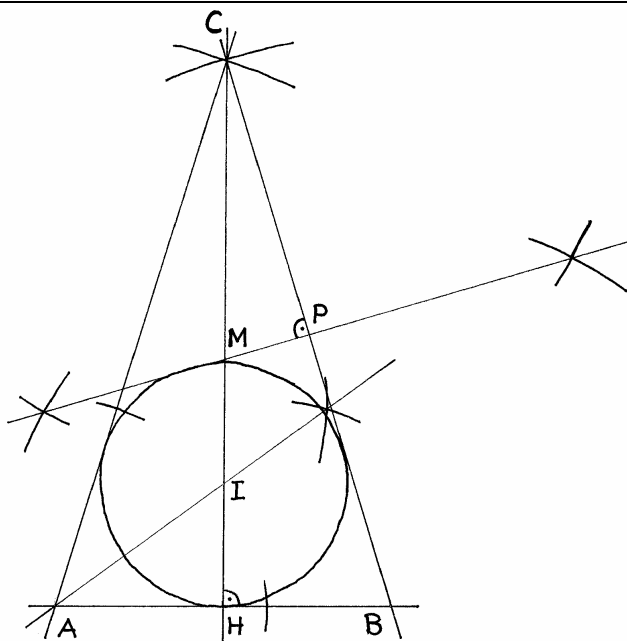


c)	Permutation mit Wiederholungen: $\frac{13!}{3! \cdot 4! \cdot 6!} = \underline{\underline{60'060}}$	2 P.
d)	$g = 1, m = 60'060 \Rightarrow \frac{g}{m} = \frac{1}{60'060} = \underline{\underline{1.66500 \dots \cdot 10^{-5}}} \approx \underline{\underline{0.0017 \%}}$	1 P.
e)	<p>4 der 9 Läufer kommen in Frage:</p> $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} = \frac{24}{504} = \frac{1}{21} = 0.047619 \dots = \underline{\underline{4.76 \%}}$ <p>Variante: $g = \binom{4}{3} = 4, m = \binom{9}{3} = 84 \Rightarrow \frac{g}{m} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21} = \dots$</p>	2 P.
f)	<p>mögliche Fälle: $m = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4! = 24$</p> <p>günstige Fälle: $g = 4$ (nämlich 246, 248, 268, 468)</p> $\Rightarrow \frac{g}{m} = \frac{4}{24} = \frac{1}{6} = 0.1\bar{6} = \underline{\underline{16.67 \%}}$	2 P.
g)	<p>– B gewinnt im 1. Versuch, wenn A zuerst nicht trifft und B dann trifft:</p> $P(B \text{ in } V1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{3}{20} = 0.15$ <p>– B gewinnt im 2. Versuch, wenn zuerst alle einmal nicht treffen, dann A wieder nicht trifft und B dann trifft:</p> $P(B \text{ in } V2) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4} \right) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{80} \cdot \frac{3}{20} = \frac{63}{1600} = 0.039375$ <p>– B gewinnt im 3. Versuch, wenn zuerst alle zweimal nicht treffen, dann A wieder nicht trifft und B dann trifft:</p> $P(B \text{ in } V3) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{3}{4} \right)^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{10} = \left(\frac{21}{80} \right)^2 \cdot \frac{3}{20} = \frac{1323}{128000} = 0.0103359375$ <p>usw.</p> $\Rightarrow P(B \text{ gewinnt}) = P(B \text{ in } V1) + P(B \text{ in } V2) + P(B \text{ in } V3) + \dots \quad (3 P.)$ <p>Dies ist eine unendliche geometrische Reihe (Summe) mit $q = \frac{21}{80}$.</p> $\Rightarrow P(B \text{ gewinnt}) = \frac{0.15}{1 - \frac{21}{80}} = \frac{12}{59} = 0.2033898305 \approx \underline{\underline{20.34 \%}} \quad (1 P.)$	4 P.



Aufgabe 5 Kurzprobleme	12 P.
<p>5.1 a) Aus vorgegebenem Beispiel mit 11 Geraden: (h = horizontal; v = vertikal)</p> <p>5 h & 6 v: $(5 - 1) \cdot (6 - 1) = 4 \cdot 5 = 20$</p> <p>8 h & 3 v: $(8 - 1) \cdot (3 - 1) = 7 \cdot 2 = 14$</p> <p>Mit 19 Geraden: (w = waagrecht; s = senkrecht)</p> <p>18 w & 1 s: $(18 - 1) \cdot (1 - 1) = 17 \cdot 0 = 0$ oder $18 \cdot 1 - 18$</p> <p>17 w & 2 s: $(17 - 1) \cdot (2 - 1) = 16 \cdot 1 = 16$ $17 \cdot 2 - 18$</p> <p>16 w & 3 s: $(16 - 1) \cdot (3 - 1) = 15 \cdot 2 = 30$ $16 \cdot 3 - 18$</p> <p>15 w & 4 s: $(15 - 1) \cdot (4 - 1) = 14 \cdot 3 = 42$ $15 \cdot 4 - 18$</p> <p>14 w & 5 s: $(14 - 1) \cdot (5 - 1) = 13 \cdot 4 = 52$ \vdots</p> <p>13 w & 6 s: $(13 - 1) \cdot (6 - 1) = 12 \cdot 5 = 60$ etc.</p> <p>12 w & 7 s: $(12 - 1) \cdot (7 - 1) = 11 \cdot 6 = 66$</p> <p>11 w & 8 s: $(11 - 1) \cdot (8 - 1) = 10 \cdot 7 = 70$</p> <p>10 w & 9 s: $(10 - 1) \cdot (9 - 1) = 9 \cdot 8 = 72$</p> <p>9 w & 10 s: $(9 - 1) \cdot (10 - 1) = 8 \cdot 8 = 72$</p> <p>und weiter symmetrisch (abnehmend), weil w und s austauschbar.</p> <p><u>Variante:</u> als Funktion betrachtet: Anzahl Zellen = $(17 - x) \cdot x = -x^2 + 17x$ mit <i>maximum</i> oder mit <i>table</i>.</p> <p>\Rightarrow Man erhält maximal <u>72</u> rechteckige Zellen.</p>	3.5 P.
<p>5.1 b) Allgemein gilt: (z = Anzahl Zellen)</p> <p>$z = (w - 1) \cdot (s - 1)$ und $w + s = n$ (0.5 P.)</p> <p>Das Maximum wird „in der Mitte“ erreicht.</p> <p>Zwei Unterfälle:</p> <p>I) n ist gerade.</p> <p>$\Rightarrow w = s = \frac{n}{2} \Rightarrow z = \left(\frac{n}{2} - 1\right) \cdot \left(\frac{n}{2} - 1\right) = \underline{\underline{\left(\frac{n}{2} - 1\right)^2}}$ (1 P.)</p> <p>II) n ist ungerade.</p> <p>$\Rightarrow w = \frac{n}{2} - 0.5$ und $s = \frac{n}{2} + 0.5$ (oder umgekehrt)</p> <p>$\Rightarrow z = \left(\frac{n}{2} - 0.5 - 1\right) \cdot \left(\frac{n}{2} + 0.5 - 1\right)$</p> <p>$\quad = \underline{\underline{\left(\frac{n}{2} - 1.5\right) \cdot \left(\frac{n}{2} - 0.5\right) = 0.25n^2 - n + 0.75}}$ (1 P.)</p> <p><u>Variante:</u></p> <p>$z = w \cdot s - (n - 1) \Rightarrow z = \begin{cases} \left(\frac{n}{2}\right)^2 - (n - 1) & \text{wenn } n \text{ gerade} \\ \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{n}{2} + \frac{1}{2}\right) - (n - 1) & \text{wenn } n \text{ ungerade} \end{cases}$</p>	2.5 P.

5.2 a)



2.5 P.

$\triangle ABC$ (0.5 P.), $h_c = m_c = \omega_\gamma$ (0.5 P.), m_a (oder m_b) und M (0.5 P.),
 ω_α (oder ω_β) und I (0.5 P.), Inkreis (0.5 P.).

5.2 b)

Voraussetzungen:

$\overline{AB} = 7 \text{ cm}$, $\overline{AH} = \overline{HB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = 3.5 \text{ cm}$; $\overline{BC} = 12 \text{ cm}$, $\overline{BP} = \overline{PC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = 6 \text{ cm}$

zu zeigen: $\overline{MH} = 2 \cdot \overline{IH}$

$$\overline{CH} = \sqrt{\overline{BC}^2 - \overline{HB}^2} = 11.48 \text{ cm} \quad (0.5 \text{ P.})$$

$$\tan \alpha = \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} \Rightarrow \alpha = 73.04^\circ \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 36.52^\circ \quad (0.5 \text{ P.})$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\overline{IH}}{\overline{AH}} \Rightarrow \overline{IH} = \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cdot \overline{AH} = 2.59 \text{ cm} \Rightarrow \underline{2 \cdot \overline{IH} = 5.18 \text{ cm}} \quad (0.5 \text{ P.})$$

$$\frac{\gamma}{2} = 90^\circ - \alpha = 16.96^\circ \quad (0.5 \text{ P.})$$

$$\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\overline{PC}}{\overline{CM}} \Rightarrow \overline{CM} = \frac{\overline{PC}}{\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right)} = 6.27 \text{ cm} \quad (0.5 \text{ P.})$$

$$\underline{\overline{MH} = \overline{CH} - \overline{CM} = 5.21 \text{ cm}} \quad (0.5 \text{ P.})$$

3.5 P.

Folgerung: $\overline{MH} > 2 \cdot \overline{IH} \Rightarrow \underline{\text{M liegt nicht auf dem Inkreis!}} \quad (0.5 \text{ P.})$
(M liegt 0.022 cm [= $5.184 \text{ cm} - 5.206 \text{ cm}$] ausserhalb des Inkreises.)

Varianten:

Zur Berechnung der gesuchten Grössen, sind mehrere Varianten denkbar, die sich in der Reihenfolge der Rechnungsschritte und/oder der verwendeten trigonometrischen Funktionen unterscheiden. (Beispiel: Zuerst γ mit Trigonometrie berechnen, danach α über die Winkelsumme oder wie oben, aber α mit Kosinus, etc.)

Der Umkreisradius \overline{CM} kann auch mit Hilfe des Sinussatzes berechnet werden.