Gymnasium Bäumlihof

Basel

Maturitätsprüfungen 2002
Physik und Anwendungen der Mathematik
Klasse 5D

Vorbemerkungen: Aus Ihrem Dokument muss der Lösungsweg ersichtlich sein, d.h. alle Ihre Antworten müssen begründet sein. In 1.8. gilt das erstellte Programm als Dokumentation.
Hilfsmittel: Formelsammlungen (Aarau und DMK), Rechner, Rechnerhandbuch.

---

1. Schalten und walten

Ein Glühlämpchen, das von einer Taschenlampenbatterie gespeist wird, leuchtet bei Dauerbetrieb eine gewisse Zeit t_K bis die Batterie erschöpft ist. Betreibt man mit der gleichen Batterie gleichzeitig zwei Glühlämpchen, so ist bei Parallelschaltung der Lämpchen die Batterie in kürzerer Zeit erschöpft. Bei Reihenschaltung, wo jedes Lämpchen nur mit halber Spannung betrieben wird, werden die Lämpchen von der Batterie nahezu genauso lange gespeist wie eine Lampe. Sie erreichen jedoch nicht ihre volle Leuchtkraft.

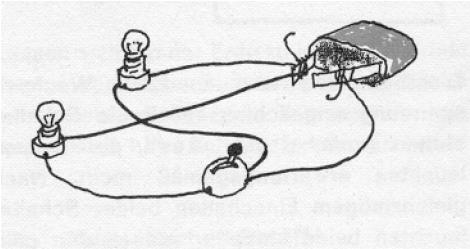


Bild 1

Verbindet man die beiden Glühlämpchen abwechselnd mit der Batterie, so leuchtet jede Lampe, während sie angeschlossen ist, mit normaler Helligkeit. Baut man nun einen Schalter ein, der automatisch einmal das eine, einmal das andere Lämpchen mit der Batterie verbindet, und zwar so schnell wechselnd, daß das menschliche Auge kein Flackern mehr wahrnimmt, so leuchten dennoch während der gleichen Zeit t_K, in der sonst ein Lämpchen von der Batterie gespeist werden konnte, zwei Glühlämpchen mit normaler Helligkeit.

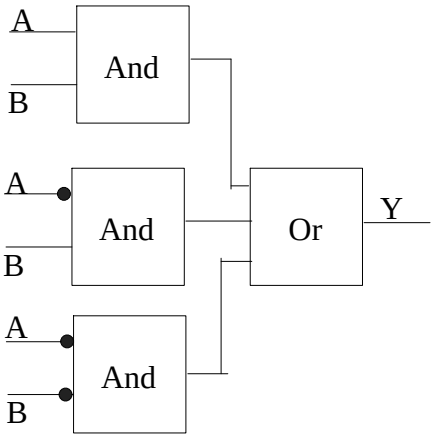


Bild 2

1.1. Was meinen Sie zu diesem Gedankengang? Ergibt sich hieraus etwa ein Widerspruch zum Energieerhaltungssatz?

1.2. Warum heisst es im obigen Text, “Bei Reihenschaltung, ..., werden die Lämpchen von der Batterie **nahezu** genauso lange gespeist wie eine Lampe” , und nicht einfach: “...von der Batterie genauso lange gespeist ...”? Ist das physikalisch korrekt? (Ihre Antwort muss begründet sein).

1.3. Welche logische Verknüpfung (and, or, ...) bewerkstelligt das Lampenblinken?

1.4. Geben Sie je zwei Sprach-Beispiele zu den beiden logischen ODER-Verknüpfungen.

1.5. Realisieren Sie eine Schaltskizze für ein xor-Gate, wenn Ihnen UND- bzw. ODER-Gatter in gewünschter Anzahl zur Verfügung stehen und Sie sowohl Ein- wie Ausgänge invertieren dürfen.

1.6. Zeigen Sie, dass für drei logische Grössen A, B und C die Beziehung $A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ gilt.

1.7. Analysieren Sie die in Bild 2 dargestellte Schaltung und vereinfachen Sie diese soweit möglich.

1.8. Schreiben Sie auf Ihrem Rechner ein Programm mit dem Namen LAMPEVN, wobei VN Ihre Initialen von **V**or- und **N**achname bedeuten soll. Das Programm soll abwechslungsweise automatisch (d.h. ohne weitere Manipulation durch den Benützer nach dem Start) die beiden Sätze “Lampe 1 brennt” und an anderer Stelle auf dem Bildschirm “Lampe 2 brennt” ausgeben. Dies genau 10 Mal hintereinander und so stark verlangsamt, dass man den jeweils auf dem Bildschirm erscheinenden Satz lesen kann. Das Programm muss bei Abgabe der Arbeit auf den Lehrerrechner überspielt werden.

2. Schiebung?

Ein schmales Laserlichtbündel fällt streifend auf die mm-Skala einer Schieblehre. Auf einem Schirm, der in einer Entfernung e = 5,773 m von dem Auftreffpunkt des Lichts auf dem Messschieber steht, sieht man scharfe Lichtpunkte Q_0, Q_1, Q_2, ...Q_n (s. Abb. I). Nimmt man die Schieblehre weg, so fällt das Licht auf den Punkt P.

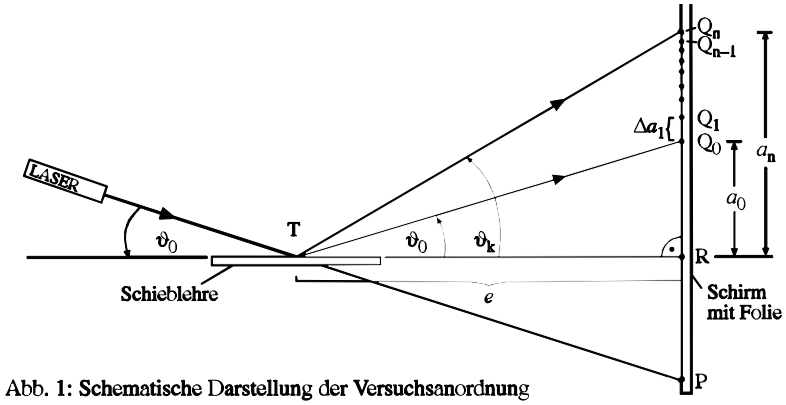


Abb. 1: Schematische Darstellung der Versuchsanordnung

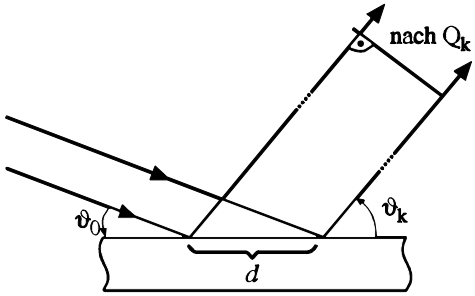


Abb. 2: Gangunterschied für zwei benachbarte Lichtbündel

Über den Schirm ist eine dünne Klarsichtfolie gespannt, auf der die Punkte P, Q_0, Q_1, Q_2, ...Q_n markiert werden. Anhand dieses Folienprotokolls werden folgende Werte gemessen: Entfernung PQ_0 = 20,26 cm bzw. Entfernung zweier benachbarter Leuchtpunkte) a_k mit k = 0, 1, 2, ...n (s. Abb. 1):

k	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{\Delta a_k}{cm}$	0	12,80	7,85	6,2	5,3	4,7	4,3

2.1. Erklären Sie die Entstehung der Beugungs- und Interferenzerscheinung auf dem Schirm. Erläutern Sie dabei die Bedeutung der Markierungen an der Schieblehre.

2.2. Zeigen Sie, dass für den Gangunterschied) zwischen benachbarten Lichtbündeln die Gleichung) = d(cosh$_0$ - cosh$_k$) ; k = 0, 1,2, ...n gilt, wenn h$_0$, h$_k$ die in Abb. 2 angegebenen Glanzwinkel und d der Abstand zweier Teilstriche auf der Schieblehre sind.

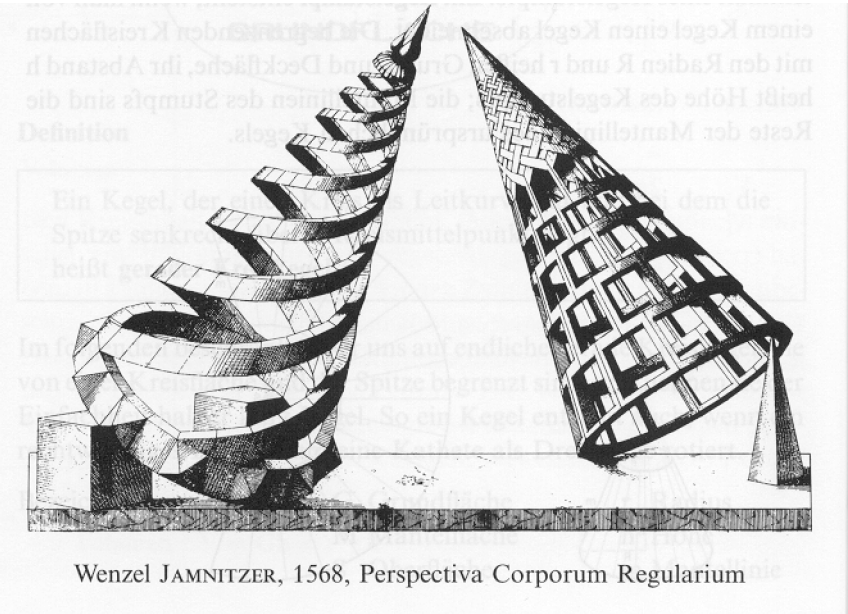
2.3. Leiten Sie damit die Bedingung für konstruktive Interferenz her.

2.4. Begründen Sie, warum die Beziehung $a_0 = RQ_0 = 2 \cdot PQ_0$ gilt.

2.5. Warum sollten in die Punkte mit den Koordinaten (cosh$_0$ - cosh$_k$ | k) auf einer Urprungsgeraden liegen, deren Steigung m = d/8 ist?

2.6. Untersuchen Sie, ob die in 2.3. formulierte Bedingung für die gegebenen Messpunkte zutrifft.

2.7. Der verwendete Laser emittiert Licht der Wellenlänge 8 = 6,328 .10^{-7} m. Wie genau gibt der Skalenabstand d "einen Millimeter" an (prozentualer Fehler)?


Wenzel JAMNITZER, 1568, Perspectiva Corporum Regularium

3. Kegel

Gegeben seien ein homogener Vollkegel und ein Hohlkegel. Beide sollen dieselbe Höhe h, denselben Grundkreisradius r und dieselbe Masse m haben.

3.1. Man legt beide Kegel auf jeweils eine Mantellinie auf eine ebene, horizontale Unterlage. Dann schubst man beide in derselben Art und Weise gleich stark an, so dass sie rollen, ohne zu gleiten. Welcher der beiden Kegel ist schneller?

3.2. Die Kegel werden sich auf der Unterlage auf einer Bahn bewegen. Was für eine Bahn ist das, welche Bedingungen müssen allgemein für irgendeinen Körper erfüllt sein, damit er sich auf derartiger Bahn bewegt, und wie ganz genau werden diese Bedingungen beim Vollkegel erfüllt?

3.3 Beweisen Sie, dass das Trägheitsmoment des Vollkegels bezüglich der Kegelachse (also nicht bezüglich der Mantellinie, auf der er lag) sich gemäss folgender Formel berechnet: $J = \frac{3}{10} m r^2$.

3.4. Jetzt wird noch ein Kegelstumpf ins Rennen gemäss 3.1. gebracht. Der Kegelstumpf habe dieselbe Masse wie die beiden Kegel, er sei homogen und von der Form her könnte er so entstanden sein, wie wenn man vom vorgegebenen Vollkegel die Spitze in b h über der Grundfläche abgeschnitten hätte. Wer ist schneller, der Kegelstumpf oder der Vollkegel?

4. In der Kürze... : Kurzaufgaben

4.1. Anna Beat, Cornelia, Daniel und Eric wollen alle ins Tourenlager, allerdings treten folgende Probleme auf:

4.1.1. Geht Cornelia oder Eric, so geht Anna nicht.
4.1.2. Wenn Anna geht, so geht auch Eric.
4.1.3. Cornelia und Daniel wollen entweder zusammen gehen, oder dann beide nicht.
4.1.4. Wenn Cornelia geht, geht Eric auch.
4.1.5. Beat geht genau dann, wenn Daniel nicht geht, und umgekehrt.

Welche Möglichkeiten gibt es, das Tourenlager zu beschicken?

4.2.1. Bestimmen Sie alle Lösungen der Gleichungen $x^4 = 1 + 2i$.

4.2.2. Werden ein ohmscher Widerstand, ein Kondensator und eine Spule in Serie geschaltet, so kann man ihren Wechselstromwiderstand auch komplex angeben: $Z = R + i\omega L - i \cdot \frac{1}{\omega C}$. Begründen Sie physikalisch/mathematisch, warum das korrekt ist, insbesondere auch, dass Betrag und Phasenlage so herauskommen, wie Sie es von der Formulierung im reellen Zahlenbereich gewohnt sind.

4.3. Die in einer Ultraschallwelle in regelmäßigen Abständen hintereinander laufenden Verdichtungen und Verdünnungen wirken auf ein Lichtbündel, das die Signalwelle senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung durchsetzt, wie ein optisches Strichgitter, dessen Gitterkonstante gleich der Schallwellenlänge ist.

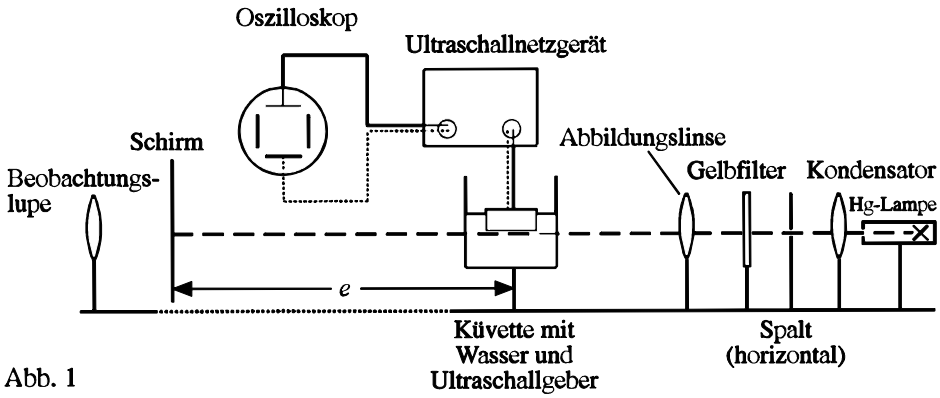


Abb. 1

Der Versuchsaufbau soll durch Abb. 1 deutlich gemacht werden:
Folgende Daten wurden erhoben: Am Oszilloskop, das auf 1µs/cm eingestellt ist, liest man für sieben volle Ultraschallschwingungen 8,6 cm ab. e = 3,58 m. λ_{Licht} = 578 nm. Auf dem Schirm beobachtet man den hellen Streifen siebter Ordnung im Abstand 0,80 cm von der nullten Ordnung.

Berechnen Sie die Wellenlänge des Ultraschalls und seine Ausbreitungsgeschwindigkeit im Wasser.

4.4. Leibniz zeigte 1673, dass $\frac{\pi}{4}$ der Grenzwert der Reihe

$$\left(\frac{1}{1}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{5}\right) - \left(-\frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{9}\right) - \left(-\frac{1}{11}\right) + \ldots \text{ ist.}$$

4.4.1. Formulieren Sie die zugrunde liegende Folge $\left(\frac{1}{1}\right)$; $\left(-\frac{1}{3}\right)$; $\left(\frac{1}{5}\right)$; $\left(-\frac{1}{7}\right)$; ... explizit.

4.4.2. Berechnen Sie das 192. Glied der Folge.

4.4.3. Summieren Sie die ersten 100 Glieder und berechnen Sie die absolute und relative Abweichung vom angegebenen Grenzwert.

1.6.

A	1	1	1	1	0	0	0	0
B	1	1	0	0	1	1	0	0
C	1	0	1	0	1	0	1	0
B∨C	1	0	0	0	1	0	0	0
AwB∨C	1	1	1	1	1	0	0	0
AwB	1	1	1	1	1	1	0	0
AwC	1	1	1	1	1	0	1	0
AwB∨AwC	1	1	1	1	1	0	0	0

1.7.

A	1	1	0	0
B	1	0	1	0
A∨B	1	0	0	0
¬A∨B	0	0	1	0
¬A∨¬B	0	0	0	1
Y	1	0	1	1

Äquivalent: ¬AwB