

Vorbemerkungen: Alle Lösungswege müssen deutlich erkennbar sein. Antworten ohne Begründung fallen aus der Wertung.

Dauer der Prüfung: 4 h

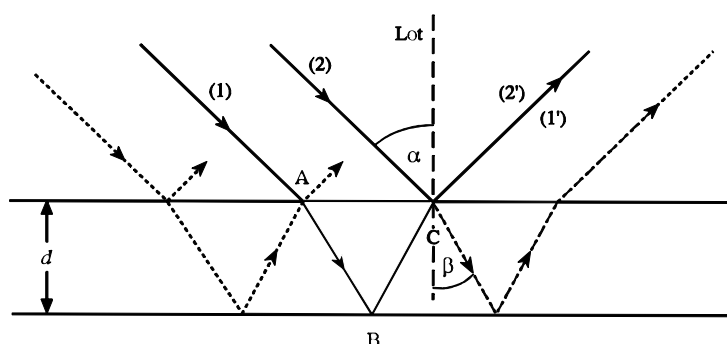
Erlaubte Hilfsmittel: Formeln und Tafeln DMK und Fundamentum

Rechner TI 83 plus

Vom Lehrer bewilligte Rechnerprogramme

Gesamtpunktzahl: 78 Punkte. Für Note 6 genügen 68 Punkte.

1. Planparallele Platte (2+2+1+1+2+1+1+1+3 = 15 P)



Auf die obere Fläche der Glasplatte (Abb. links) falle von links ein paralleles, monochromatisches ($\lambda = \text{konst.}$) Lichtbündel.

1.1 Beschreibe das „Schicksal“ der beiden Parallelstrahlen (1) und (2) vom Auftreffen auf die Platte, bis sie diese im Punkt C nach rechts oben als Strahlen 1' und 2' verlassen. Hinweis: Es sind in der Abbildung nicht sämtliche vorkommenden Strahlen eingezeichnet.

1.2 Drücke die optische Gangdifferenz durch d , n und λ aus, die der Strahl (1) gegenüber Strahl (2) aufgrund seines Umwegs über B erleidet.

1.2.1 Welche Bedingung muss gelten, damit die Strahlen (1') und (2') konstruktiv interferieren?

1.3 Zeige, dass bei lotrechtem Einfall ($\lambda = 0^\circ$) für den Gangunterschied (Δs) der beiden Strahlen gilt: $\Delta s = 2dn + \lambda/2$, mit d : Dicke der Glasplatte und n : Brechungskoeffizient Luft-Glas.

1.3.1 Auf den Dünnschliff eines Kristalls ($d = 5 \mu\text{m}$; $n = 1,5$) fällt lotrecht ein grünes Lichtbündel ($\lambda = 500 \text{ nm}$). Kommt es im lotrecht reflektierten Licht zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz?

1.4 Bei der Vergütung eines Fotoobjektivs besteht die 'planparallele Platte' aus einer dünnen Schicht, die auf die Oberfläche des Objektivs aufgedampft wird. Man wählt dazu Material mit einem kleineren Brechungskoeffizienten (n_1) als Glas. Trifft jetzt ein Lichtbündel senkrecht auf die Vergütungsschicht, so gilt für den Gangunterschied (Δs) $\Delta s = 2d \cdot n_1$.

1.4.1 Wieso fällt hier der Summand $\lambda/2$ weg?

1.4.2 Wie dick muss die Vergütungsschicht mindestens sein, damit es bei $\lambda = 550 \text{ nm}$ und $n = 1,38$ Auslöschung gibt?

1.4.3 Wieso gelangt so mehr Licht ins Objektiv?

1.4.4 Gibt es für die in 1.4.2 gerechnete Dicke eine Wellenlänge im sichtbaren Bereich, für die gerade Verstärkung in Reflexion auftritt?

1.4.5 Tritt bei der in 1.4.2 gerechneten Schichtdicke für blauviolett Licht von $\lambda = 420 \text{ nm}$ Abschwächung oder Verstärkung oder keines von beiden auf?

2. Wechselstrom (3+4+4+2+2 = 15 P)

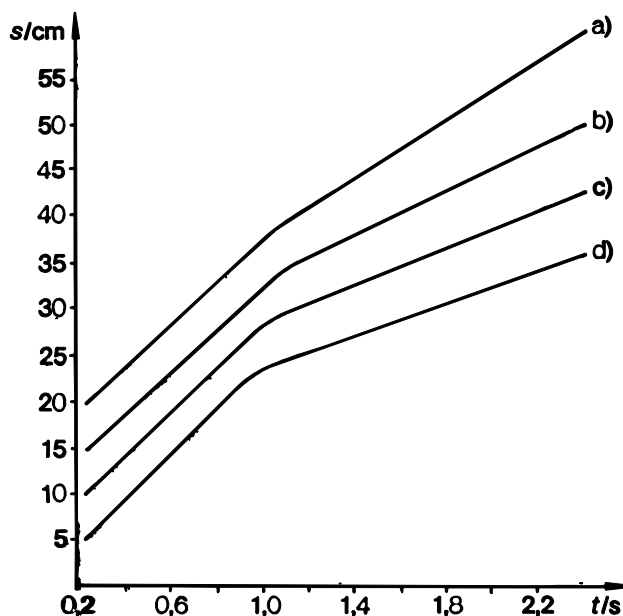
Ein elektrischer Gebläsemotor, der als Serieschaltung eines ohm'schen Widerstandes und einer Induktivität aufgefasst werden kann und an $230 \text{ V}_{\text{eff}} / 50 \text{ Hz}$ (Sinus) angeschlossen ist, nehme eine Effektivleistung von 12 kW bei einer Phasenverschiebung φ mit $\cos\varphi = 0.75$ auf.

- 2.1 Begründe, warum es sich bei der aufgenommenen Leistung um die Scheinleistung handelt.
- 2.2 Berechne Blind- und Wirkleistung, die Scheitelwerte von Spannung und Stromstärke sowie die Phasenverschiebung φ .
- 2.3 Berechne die totale Impedanz des Motors sowie L und R . Wie verteilt sich die Gesamtspannung auf R und L ?
- 2.4 Das EW gestattet nur maximal eine Phasenverschiebung φ mit $\cos\varphi = 0.92$ (induktiv). Diese kann dadurch erreicht werden, dass ein geeigneter Kondensator zum Gebläsemotor in Serie geschaltet wird. Wie gross ist dessen Kapazität? Wie gross ist die Energie, die maximal in ihm steckt?
- 2.5 Falls nicht vorher schon gemacht: Zeichne für die Aufgabe 2.4 ein Zeigerdiagramm.

3. Impuls (3+ +3 = 18 P)

Das Schaubild rechts zeigt 4 Zeit-Ort-Diagramme für den Gleiter 1, der auf der Luftkissenbahn mit einem ruhenden zweiten zusammenstösst. Dabei soll stets gelten: $m_1 = 192 \text{ g}$.

- 3.1 Angenommen, der Stoss verlaufe vollkommen inelastisch. Ordne die vier beteiligten Gleiter 2 nach ihrer Masse. Begründe deine Ordnung präzise.
- 3.2 Ist die Annahme "inelastisch" in 3.1 notwendig? (Deine Antwort muss präzise begründet sein).
- 3.3 Begründe, warum beim inelastischen Stoss der Impulssatz gilt, während der (mechanische) Energiesatz verletzt ist, und nicht etwa umgekehrt der ES gilt und der IS verletzt wird.
- 3.4 In der Figur a) im t - s -Diagramm treffe der erste Gleiter elastisch auf den zweiten. Lies im Diagramm die benötigten Daten ab und berechne damit die fehlenden Stücke der sechs Grössen m_1 , m_2 , v_1 , v_2 , u_1 und u_2 .
- 3.5 In der Figur a) im t - s -Diagramm treffe der erste Gleiter inelastisch auf den zweiten. Berechne die fehlenden Stücke der sechs Grössen m_1 , m_2 , v_1 , v_2 , u_1 und u_2 unter dieser Voraussetzung.
- 3.6 Welcher Prozentsatz der anfänglich vorhandenen Energie ist beim in 3.5 behandelten Stoss aus dem mechanischen Universum entwichen?



4. Schaltungen (5+5+5 = 15 P)

In einer kleinen Pension liegen die vier Gästezimmer A, B, C und D alle nebeneinander (vgl. Abb.). Neu werden Feuermelder installiert und eine Alarmschaltung eingerichtet. Diese soll folgendermassen funktionieren:

- i) Wenn von einem einzelnen Zimmer oder von zwei nicht benachbarten Zimmern gleichzeitig der Alarm an die Hauszentrale kommt, soll er für eine kurze Zeit nur hausintern ertönen und erst nach dem Ausbleiben eines allfälligen Resets an die Feuerwehr weitergeleitet werden.
- ii) Tritt der Alarm in mindestens zwei benachbarten Zimmern gleichzeitig auf, geht er sofort an die Feuerwehr.

A	B	C	D
Gang			

- 4.1 Erstelle in der Tabelle auf dem Beiblatt sozusagen das "Pflichtenheft" für die Anlage. 1 bedeute generell: Alarm, V = 1 bedeute verzögerter, F = 1 direkter Alarm an die Feuerwehr.
- 4.2 Zeichne ein entsprechendes Schaltschema aufs Beiblatt. Erlaubt sind: AND- und OR-Gates mit invertierbaren Ein- und Ausgängen. Mache jeweils durch einen Punkt (wie auf dem Beiblatt gezeichnet) deutlich, von welcher Leitung du abzapfst.
- 4.3 Begründe in sprachlicher Form, dass deine Schaltung das Pflichtenheft auch tatsächlich erfüllt.

5. Miniaturen (5+5+5 = 15 P)

5.1 BADE

Dies ist nicht die despektierliche Anweisung, die unterstellt, dass du durch diese Aufgabe ins Schwimmen gerätst, sondern eine respektierliche Hexadezimalzahl.

- i) Wandle BADE_{16} in eine Dezimalzahl \dots_{10} um.
 - ii) Bestimme den grössten Teiler der umgewandelten Zahl, der von dieser verschieden ist.
 - iii) Wandle diesen Teiler um in eine Dualzahl.
- 5.2 Löse die komplexe Gleichung $z^5 = -i$ und beschreibe präzise, weshalb es fünf verschiedene Lösungen geben muss.
 - 5.3 Zeige durch eine Integration, dass bei einer quadratischen Pyramide mit der Grundseite a und der Höhe h gilt: $V = \frac{1}{3} a^2 h$

A	B	C	D					F	V

A

B

C

D

1. Planparallele Platte

- 1.1 Strahl (1) wird bei A gebrochen (und teilweise reflektiert), bei B reflektiert (und teilweise gebrochen), bei C gebrochen (und teilweise reflektiert). (2) wird bei C reflektiert (und teilweise gebrochen).

$$1.2 \quad \overline{AB} = d/\cos\theta ; \sin''/\sin\theta = n \quad \vee \quad \sin^2'' = n^2(1 - \cos^2\theta) \quad \vee \quad \cos\theta = \sqrt{1 - \frac{\sin^2''}{n^2}} ;$$

$$\delta(1) = 2n\overline{AB} = \frac{2nd}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2''}{n^2}}}$$

$$1.2.1 \quad \delta(2) = 8/2 ; \delta(1')(2') = k\lambda \quad \text{mit } k \in \mathbb{Z}$$

$$1.3 \quad \text{Aus 1.2 } \vee \quad \delta(1) = 2nd, \quad \delta(2) = 8/2 \quad \vee \quad \delta(1')(2') = 2nd + 8/2$$

$$1.3.1 \quad \delta(1')(2') = 2nd + 8/2 = 1,5 \text{E-}5 \text{ m} + 250 \text{ nm} = 1,525 \text{E-}5 \text{ m} ; \delta/\lambda = 1,525 \text{E-}5 / 500 \text{E-}9 = 30,5 \quad \vee \quad \delta = 30,5 \cdot \lambda = 30,5 \cdot 500 \text{ nm} = 15250 \text{ nm}$$

1.4.1 Der Phasensprung $\delta/2$ tritt nur am "festen Ende", d.h. bei Reflexion am optisch dichteren Medium auf.

$$1.4.2 \quad \delta = 2nd \pm \delta/2 \quad \vee \quad d = 8/4n = 99,6 \text{ nm}$$

1.4.3 Die Gesamtenergie des Lichts wird durch die Interferenz nicht gemindert oder erhöht. D.h. wenn keine Energie reflektiert wird, muss die ganze Energie durchgehen.

$$1.4.4 \quad \delta = 2nd \pm \delta/2 \quad \vee \quad 2nd = 275 \text{ nm} \quad (\text{diese Wellenlänge ist nicht mehr im sichtbaren Bereich von ca. 380nm bis 700nm}).$$

1.4.5 $\delta/\lambda = 0,654...$ ergibt einen Phasenwinkel von $\phi = 2\pi \cdot 0,654...$. Die Überlagerung von $y_1 = \sin x$ mit $y_2 = \sin(x + \phi)$ im Rechner ergibt für die Überlagerungskurve eine Amplitude von $A = 0,935$, also leichte Abschwächung.

2. Wechselstrom

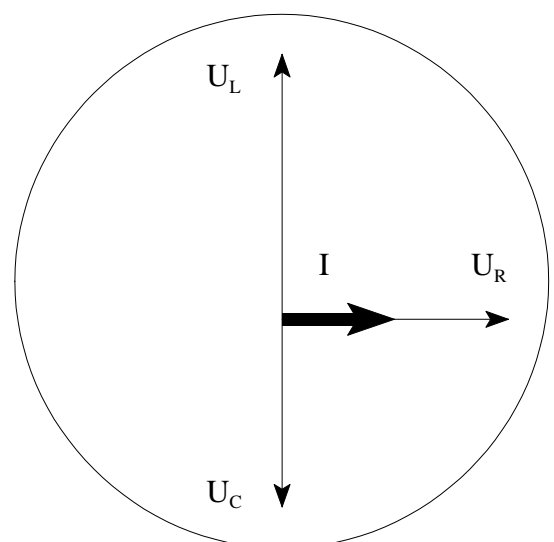
- 2.1 Die Scheinleistung wird so gemessen, dass man den Elektromotor als Black Box auffasst und am Eingang den fließenden Strom und die angelegte Spannung bestimmt und die Werte multipliziert, ohne Berücksichtigung der Phasendifferenz. Die in der Aufgabe gemachten Angaben scheinen genau dieser Blackbox-Idee zu folgen.

$$2.2 \quad U_0 = U_{\text{eff}} \cdot \sqrt{2} = \underline{325 \text{ V}} ; I = U/P_S = \underline{52 \text{ A}} ; I_0 = \underline{74 \text{ A}} ; \phi = \underline{0,72 \text{ rad}} = \underline{41^\circ} ; P_W = UI \cos \phi = \underline{8,97 \text{ kW}} ; P_B = UI \sin \phi = \underline{7,9 \text{ kW}}$$

$$2.3 \quad Z = U/I = 4,0 \text{ S} = \sqrt{R^2 + (TL)^2} ; \tan \phi = TL/R \\ \vee R = Z/\sqrt{1 - \tan^2 \phi} = \underline{3,0 \text{ S}} ; \\ L = \sqrt{Z^2 - R^2}/\omega = \underline{8,4 \text{ mH}} ; U_R = IR = \underline{156 \text{ V}} ; \\ U_L = I \cdot TL = \underline{137 \text{ V}}$$

$$2.4 \quad \cos \phi = 0,92 \quad \vee \quad \tan \phi = 0,426 = (TL - 1/TC)/R \\ \vee C = \underline{2,3 \text{ mF}}$$

2.5



Zu 2.5

3. Impuls

- 3.1 In a) bis d) ist $u < v_1$ und $u_a > u_b > u_c > u_d$. Wegen $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u$ je kleiner u , desto grösser m_2 bei gegebenen m_1 und v_1 $\Rightarrow \underline{m_a < m_b < m_c < m_d}$
- 3.2 Jetzt gilt $m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2$. u_1 ist umso kleiner, je mehr Impuls der Gleiter 2 wegträgt. Bei $m_1 = m_2$ würde $u_1 = 0$ folgen, bei $m_1 \gg m_2$ würde $u_1 \approx v_1$ folgen, d.h. bei abnehmender Geschwindigkeit u_1 (von v_1 bis 0) hätten wir abnehmende Masse m_2 (relativ zu m_1 von 1 bis 0). $\Rightarrow \underline{m_a < m_b < m_c < m_d}$
- 3.3 Beim Stoss wirken keine Kräfte von aussen, das System ist also kräftemässig abgeschlossen, was Bedingung für die Gültigkeit des Impulssatzes ist.
Beim inelastischen Stoss geht ein Teil der Energie in Wärme, also innere Energie über. Das System ist also bezüglich mechanischer Energie nicht abgeschlossen.
- 3.4 $m_1 = 192 \text{ g}$; $v_1 = 0,225 \text{ m/s}$; $u_1 = 0,159 \text{ m/s}$; $v_2 = 0 \text{ m/s}$
- $$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad \Rightarrow \quad m_2 u_2 = 0,0126$$
- $$m_1 v_1^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 \quad \Rightarrow \quad m_2 u_2^2 = 0,00487 \quad \Rightarrow \quad u_2 = \underline{0,38 \text{ m/s}} \quad \Rightarrow \quad m_2 = \underline{0,033 \text{ kg}}$$
- 3.5 $m_1 = 192 \text{ g}$; $v_1 = 0,225 \text{ m/s}$; $u_1 = 0,159 \text{ m/s} = u_2 = u$; $v_2 = 0 \text{ m/s}$
Aus $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)u$ $\Rightarrow m_2 = \underline{80 \text{ g}}$
- 3.6 $E = 1,4 \text{ mJ}$ $\Rightarrow E/E_1 = \underline{29\%}$

5. Miniaturen

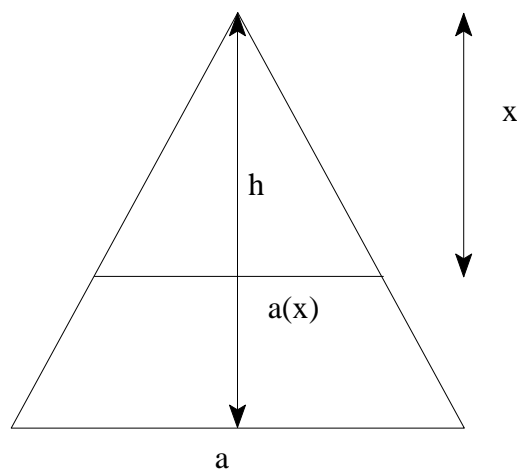
- 5.1 $BADE_{16} = 14 + 13 \cdot 16 + 10 \cdot 16^2 + 11 \cdot 16^3 = \underline{47838}_{10} = 2 \cdot 16^4 + 7 \cdot 16^3 + 5 \cdot 16^2 + 3 \cdot 16 + 18 = \underline{23919}_{16}$
 $23919 = 2^{14} + 7535 = 2^{14} + 0 \cdot 2^{13} + 2^{12} + 3439 = \dots = \underline{101110101101111}_2$
- 5.2 $z^5 = \text{cis}(3B/2) \Rightarrow z = \sqrt[5]{1} \cdot \text{cis}(3B/10 + k \cdot 2B/5), k = 0, 1, \dots, 4$
 $z^5 = -i$ bedeutet, dass aus dem Einheitsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ durch Verkettung fünf identischer Drehstreckungen der Vektor $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ entsteht. Eine erste Lösung muss also die Einzeldrehung um 54° sein. Jede um $360^\circ/5 = 72^\circ$ erhöhte Winkelstellung führt bei fünffacher Ausführung wieder zum selben Ziel.

- 5.3 $a(x) : x = a : h \Rightarrow a(x) = ax/h$

$$A(x) = a^2(x) = (ax/h)^2$$

$$dV = A(x) dx$$

$$V = \frac{a^2}{h^2} \int_0^h x^2 dx = \frac{a^2}{h^2} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_0^h = \frac{1}{3} a^2 h$$



4. Schaltungen

A	B	C	D	$A \vee B$	$B \vee C$	$C \vee D$		F	V
1	1	1	1	1	1	1		1	0
1	1	1	0	1	1	0		1	0
1	1	0	1	1	0	0		1	0
1	1	0	0	1	0	0		1	0
1	0	1	1	0	0	1		1	0
1	0	1	0	0	0	0		0	1
1	0	0	1	0	0	0		0	1
1	0	0	0	0	0	0		0	1
0	1	1	1	0	1	1		1	0
0	1	1	0	0	0	0		1	0
0	1	0	1	0	0	0		0	1
0	1	0	0	0	0	0		0	1
0	0	1	1	0	1	1		1	0
0	0	1	0	0	0	0		0	1
0	0	0	1	0	0	0		0	1
0	0	0	0	0	0	0		0	0

