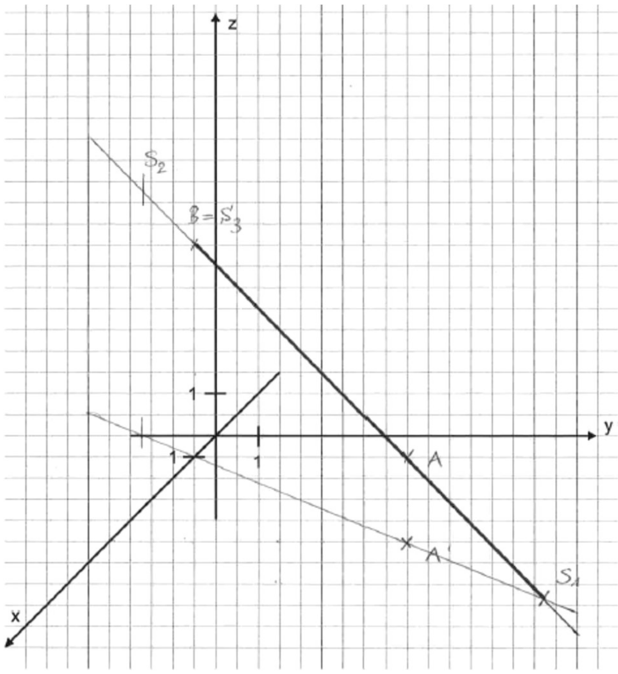
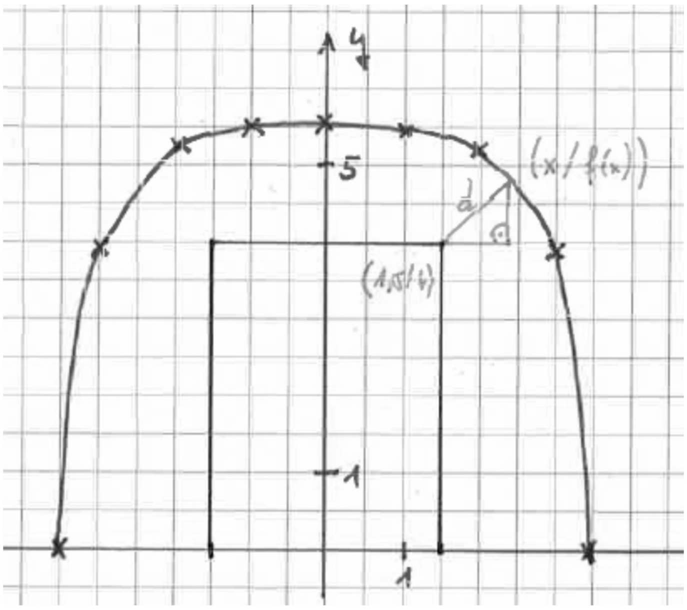
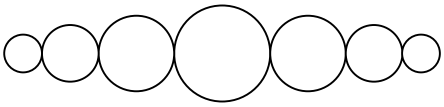
Aufgabe 1 Raumgeometrie		12 P.
a)	 Konstruktion auf Beiblatt: g *(0.5 P.)* g' und S_1 *(0.5 P.)* $B = S_3$ *(0.5 P.)* S_2 *(0.5 P.)* Sichtbarkeit *(0.5 P.)*	2.5 P.
b)	$g: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ (z.B.) *(0.5 P.)* S_1: $z = 0 \Rightarrow 0 = 2 - 3s \Rightarrow s = \frac{2}{3}$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow x = 5 + \frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{23}{3} = 7.\overline{6}$ *(0.5 P.)* $y = 7 + \frac{2}{3} \cdot 7 = \frac{35}{3} = 11.\overline{6}$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow \underline{\underline{S_1(7.\overline{6}/11.\overline{6}/0)}}$	2 P.
c)	$\vec{h} = \begin{pmatrix} 1+1 \\ 0-4 \\ 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ (z.B.) , $\vec{g} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -3 \end{pmatrix}$ *(0.5 P.)* $\lvert\vec{h}\rvert = \sqrt{2^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{24}$, $\lvert\vec{g}\rvert = \sqrt{4^2 + 7^2 + (-3)^2} = \sqrt{74}$ *(0.5 P.)* $\vec{h} \cdot \vec{g} = 2 \cdot 4 + (-4) \cdot 7 + 2 \cdot (-3) = 8 - 28 - 6 = -26$ *(0.5 P.)* $\cos\alpha = \frac{\lvert\vec{h} \cdot \vec{g}\rvert}{\lvert\vec{h}\rvert \cdot \lvert\vec{g}\rvert} = \frac{\lvert -26 \rvert}{\sqrt{24} \cdot \sqrt{74}} = 0.616952\ldots$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow \alpha = 51.906055\ldots° \approx \underline{\underline{51.91°}}$ *(0.5 P.)*	2.5 P.

d)	$\vec{k}=\begin{pmatrix}7-5\\y-7\\5-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\y-7\\3\end{pmatrix}$ (z.B.) , $\vec{g}=\begin{pmatrix}4\\7\\-3\end{pmatrix}$ *(0.5 P.)* $k\perp g \;\Rightarrow\; \vec{k}\cdot\vec{g}=0$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow\; 2\cdot4+(y-7)\cdot7+3\cdot(-3)=8+7y-49-9=0$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow\; y=\frac{50}{7} \;\Rightarrow\; y-7=\frac{1}{7}$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow\; \underline{\underline{k:\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}5\\7\\2\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}2\\\frac{1}{7}\\3\end{pmatrix}}}$ (z.B.) *(0.5 P.)*	2.5 P.
e)	P auf z-Achse $\Rightarrow$ P(0/0/z) *(0.5 P.)* gleichschenkliges Dreieck ABP mit Basis $\overline{AB} \;\Rightarrow\; \overline{AP}=\overline{BP}$ *(0.5 P.)* $\overrightarrow{AP}=\begin{pmatrix}0-5\\0-7\\z-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-5\\-7\\z-2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{BP}=\begin{pmatrix}0-1\\0-0\\z-5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1\\0\\z-5\end{pmatrix}$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow\; \sqrt{5^2+7^2+(z-2)^2}=\sqrt{1^2+0^2+(z-5)^2}$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow\; 25+49+z^2-4z+4=1+0+z^2-10z+25$ $\Rightarrow\; z=-\frac{26}{3}=-8.\overline{6} \;\Rightarrow\; \underline{\underline{P(0/0/-8.\overline{6})}}$ *(0.5 P.)*	2.5 P.

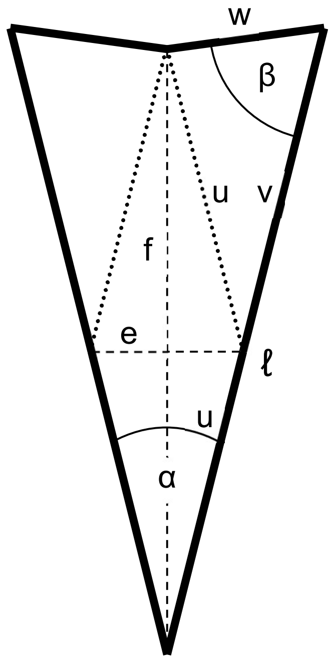
Aufgabe 2 Differential- und Integralrechnung		10 P.
a)	Nullstelle bestimmen mit *zero* oder *table*: $x = -1$ *(0.5 P.)* $A_{Maus} = \int_{-1}^{0} f(x)\,dx = \frac{13}{150} = \underline{\underline{0.08\overline{6}}}$ (mit $\int$*f(x)dx* oder *fnInt*) *(1 P.)*	1.5 P.
b)	$f'(0) = -1.6$ (mit *dy/dx*) *(0.5 P.)* $\tan\mu = \lvert -1.6 \rvert \Rightarrow \mu = 57.994616\ldots° \approx \underline{\underline{57.99°}}$ *(1 P.)*	1.5 P.
c)	$k \cap g$ mit *intersect*: $\underline{Q(1.25/1.875)}$ *(0.5 P.)* mit *dy/dx*: $k'(1.25) = 7.125 \Rightarrow \tan\varphi_1 = 7.125 \Rightarrow \varphi_1 = 82.010673\ldots°$ *(1 P.)* $g'(1.25) = -2.7 \Rightarrow \tan\varphi_2 = -2.7 \Rightarrow \varphi_2 = 69.676863\ldots°$ *(1 P.)* $\overline{\varphi} = \varphi_1 + \varphi_2 = 151.687536\ldots°$ $\Rightarrow \varphi = 180° - \overline{\varphi} = 28.312463\ldots° \approx \underline{\underline{28.31°}}$ *(0.5 P.)*	3 P.
d)	$p \cap g$ mit *intersect*: $R(1.5/1.2)$ *(0.5 P.)* Idee: Unterteilung in zwei Teilflächen: Von O bis Q sowie von Q bis R $A_1 = \int_{0}^{1.25} \big(k(x) - p(x)\big)dx = 0.525716\ldots$ (mit $\int$*f(x)dx* oder *fnInt*) *(1 P.)* $A_2 = \int_{1.25}^{1.5} \big(g(x) - p(x)\big)dx = 0.176041\ldots$ *(1 P.)* $\Rightarrow A_{Vogel} = A_1 + A_2 = 0.701757\ldots \approx \underline{\underline{0.70}}$ *(0.5 P.)* <u>Variante:</u> Alle Graphen soweit nach oben schieben, dass sie die x-Achse nicht mehr schneiden, z.B. um 1. Dann ist: $A_{Vogel} = \int_{0}^{1.25} \big(k(x)+1\big)dx + \int_{1.25}^{1.5} \big(g(x)+1\big)dx - \int_{0}^{1.5} \big(p(x)+1\big)dx$	3 P.
e)	Kriterium: $f'(0) = p'(0)$ aus b): $f'(0) = -1.6$ mit *dy/dx*: $p'(0) = -1.6 \Rightarrow$ Kriterium erfüllt!	1 P.

Aufgabe 3 Differentialrechnung		8 P.
a)	Nullstellen mit *zero*: $x_1 = -3.452175\ldots$, $x_2 = 3.452175\ldots$ Breite $= x_2 - x_1 = 2x_2 = 6.904351\ldots \approx \underline{\underline{6.90 \text{ cm}}}$	1 P.
b)	Hochpunkt mit *maximum*: H(0/5.609375) Höhe $= 3 \cdot 5.609375 = 16.828125 \approx \underline{\underline{16.83 \text{ cm}}}$	1 P.
c)	$Y_2 = f'(x)$ mit *nDeriv(Y₁,X,X)* , $Y_3 = -1$ *(0.5 P.)* $f'(x) = -1 \Rightarrow$ mit *intersect* von Y_2 und Y_3: $x_P = 2.460321\ldots$ *(0.5 P.)* mit *trace* oder *value* in Y_1: $y_P = 4.989277\ldots \Rightarrow \underline{\underline{P(2.46/4.99)}}$ *(0.5 P.)*	1.5 P.
d)	 (in d) ohne Rechteck)	1.5 P.
e)	Rechteck in d) einzeichnen *(0.5 P.)* $d = \sqrt{(x-1.5)^2 + (f(x)-4)^2} \rightarrow$ minimal *(2 P.)* mit *minimum*: $x = 2.58$, $y = d = 1.377197\ldots \approx \underline{\underline{1.38 \text{ cm}}}$ *(0.5 P.)*	3 P.

<table>
<tr><td colspan="2">Aufgabe 4 Folgen und Reihen</td><td>10 P.</td></tr>
<tr><td>a)</td><td>
A.F. z.B. konkret aufschreiben: 2.4 / 2.2 / 2.0 / 1.8 / … / 0.4 / 0.2
oder 2.4 : 0.2 = 12 Perlen
Die grösste Perle ist nur einmal vorhanden, alle anderen doppelt.
$\Rightarrow$ $2 \cdot 12 - 1 = \underline{\underline{23 \text{ Perlen}}}$ (1 P.)
Mit A.R.: $\ell = \left(\frac{(2.4+0.2)}{2} \cdot 12 \right) \cdot 2 - 2.4 = \underline{\underline{28.8\,\text{cm}}}$ (1 P.)

<u>Variante (auch für alle folgenden Teilaufgaben):</u>
Grösste Perle separat betrachten $\Rightarrow$ 2 gleiche Teilketten + grösste Perle</td><td>2 P.</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>G.F. mit $q = 0.9$
mit G.R.: $\ell = \left(\frac{2.4}{1-0.9} \right) \cdot 2 - 2.4 = \underline{\underline{45.6\text{ cm}}}$</td><td>1 P.</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Kriterium: $a_n > 0.5$ $\Rightarrow$ $2.4 \cdot 0.9^{(n-1)} = 0.5$ (0.5 P.)
$\Rightarrow$ von Hand (mit Logarithmen) oder mit TR (intersect oder table):
$n = 15.888081\ldots$ (0.5 P.)
$\Rightarrow$ $a_{15} > 0.5$, $a_{16} < 0.5$ also $n = 15$ (0.5 P.)
$\Rightarrow$ $2 \cdot 15 - 1 = \underline{\underline{29 \text{ Perlen}}}$ (0.5 P.)</td><td>2 P.</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$, Radius $r_1 = 2.4 : 2 = 1.2$ (0.5 P.)
$\Rightarrow$ $V_1 = 7.238229\ldots \text{ cm}^3$ (0.5 P.)
Weiter ist jetzt $q = 0.9^3 = 0.729$ (0.5 P.)
Damit mit G.R.: $V_{Teilkette} = V_1 \cdot \frac{1-q^{15}}{1-q} = 26.476215\ldots\text{cm}^3$ (0.5 P.)
$V_{Kette} = 2 \cdot V_{Teilkette} - V_1 = 45.714202\ldots \text{ cm}^3 \approx \underline{\underline{45.71 \text{ cm}^3}}$ (0.5 P.)
$m = \rho \cdot V = 2.7 \cdot V_{Kette} = 123.428345\ldots \text{ g} \approx \underline{\underline{123.43 \text{ g}}}$ (0.5 P.)</td><td>3 P.</td></tr>
<tr><td>e)</td><td>$q = 0.9$, 19 Perlen = $2 \cdot 20 - 1$ $\Rightarrow$ $n = 10$, $\ell = 31$ cm , $a_1 = ?$
$\left(a_1 \cdot \frac{1-0.9^{10}}{1-0.9} \right) \cdot 2 - a_1 = 31$ (*)
$a_1 \left(\frac{1-0.9^{10}}{1-0.9} \cdot 2 - 1 \right) = 31$
$a_1 \cdot 12.0264312 = 31$
$a_1 = 2.577655\ldots \approx \underline{\underline{2.58\,\text{cm}}}$
oder (*) mit TR lösen (mit intersect)</td><td>2 P.</td></tr>
</table>

Aufgabe 5 Wahrscheinlichkeitsrechnung		13 P.
a)	$4200 : 100 \cdot 2 = \underline{84 \text{ Kugeln}}$	1 P.
b)	$P(100) = \frac{79}{4200} = 0.018809\ldots \approx 1.88\ \%$ *(0.5 P.)* $P(\text{nicht } 100) = 1 - P(100) = \frac{4121}{4200} = 0.981190\ldots \approx 98.12\ \%$ *(0.5 P.)* $P(1\text{x}100) = 5 \cdot \frac{79}{4200} \cdot \left(\frac{4121}{4200}\right)^4 = 0.087168\ldots \approx \underline{\underline{8.72\ \%}}$ *(1 P.)*	2 P.
c)	$P(\text{mind. } 1\text{x}100) = 1 - P(\text{nie } 100)$ *(0.5 P.)* $= 1 - \left(\frac{4121}{4200}\right)^5 = 0.090575\ldots \approx \underline{\underline{9.06\ \%}}$ *(1 P.)*	1.5 P.
d)	$P(\text{mind. } 1\text{x}100) = 99\ \% = 0.99$ $\Rightarrow\ 1 - \left(\frac{4121}{4200}\right)^n = 0.99$ *(1 P.)* $\Rightarrow$ von Hand (mit Logarithmen) oder mit TR (*intersect* oder *table*) $n = 242.521960\ldots$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow\ \underline{n = 243 \text{ Kugeln}}$ *(0.5 P.)*	2 P.
e)	Es gibt für 230 Punkte drei mögliche Varianten: I) $100 + 100 + 20 + 10 + 0$ $P(\text{I}) = \frac{5!}{2!} \cdot 0.0188^2 \cdot 0.0836 \cdot 0.3069 \cdot 0.02 = 0.11 \cdot 10^{-4}$ *(1 P.)* II) $100 + 100 + 20 + 5 + 5$ $P(\text{II}) = \frac{5!}{2! \cdot 2!} \cdot 0.0188^2 \cdot 0.0836 \cdot 0.5707^2 = 2.89 \cdot 10^{-4}$ *(1 P.)* III) $100 + 100 + 10 + 10 + 10$ $P(\text{III}) = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot 0.0188^2 \cdot 0.3069^3 = 1.02 \cdot 10^{-4}$ *(1 P.)* $\Rightarrow\ P(230 \text{ Punkte}) = P(\text{I}) + P(\text{II}) + P(\text{III}) = \underline{\underline{4.02 \cdot 10^{-4} \approx 0.04\ \%}}$ *(0.5 P.)*	3.5 P.
f)	$P(X) = P(AX) + P(BX)$ *(ev. Baumdiagramm zeichnen!)* $0.13 = 0.4 \cdot 0.05 + 0.6 \cdot x$ *(1 P.)* $\Rightarrow\ x = P(X \text{ wenn } B) = \underline{\underline{\frac{11}{60} = 18.\overline{3}\ \%}}$ *(0.5 P.)*	1.5 P.
g)	$P(A \text{ wenn } X) = \frac{P(AX)}{P(X)} = \frac{0.02}{0.13} = \underline{\frac{2}{13} = 15.38\ \%}$	1.5 P.

Aufgabe 6 Trigonometrie		13 P.
		
a)	$\tan(\frac{\alpha}{2}) = \frac{e/2}{f/2} = \frac{e}{f} = \frac{1}{4}$ *(1 P.)* $\Rightarrow \quad \frac{\alpha}{2} = 14.036243\ldots°$ *(0.5 P.)* $\Rightarrow \quad \alpha = 28.072486\ldots° \approx \underline{\underline{28.07°}}$ *(0.5 P.)*	2 P.
b)	Betrachte rechte Pfeilhälfte mit den Seiten ℓ, w und f sowie den Winkeln $\frac{\alpha}{2}$ und β. $w^2 = f^2 + \ell^2 - 2f\ell \cdot \cos\frac{\alpha}{2} \quad \Rightarrow \quad w = 1.056928\ldots$ cm *(1.5 P.)* $f^2 = \ell^2 + w^2 - 2\ell w \cdot \cos\beta$ $\Rightarrow \quad \cos\beta = \frac{\ell^2 + w^2 - f^2}{2\ell w} = 0.396838\ldots$ $\Rightarrow \quad \beta = 66.619310\ldots° \approx \underline{\underline{66.62°}}$ *(1.5 P.)* oder mit Sinussatz: $\frac{\sin\beta}{f} = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{w}$ <u>Variante:</u> Betrachte Teildreieck rechts oben mit den Seiten u, v und w sowie den Winkeln β und $\angle(u,v) = \alpha$. $u = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 + \left(\frac{f}{2}\right)^2} = 2.061552\ldots$ cm $v = \ell - u = 2.238447\ldots$ cm $w^2 = u^2 + v^2 - 2uv \cdot \cos\alpha$ $\Rightarrow$ weiter wie oben	3 P.