

# Mathematik Ohne Grenzen

## Wettbewerb vom 16. März 2012



- Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.

**M**athématiques  
**SANS**  
Frontières

**Aufgabe 1**  
**7 Punkte**

### Evident

Laszlo a envoyé un SMS à Nicole :

« Je suis sûr que dans ton village, on peut trouver deux personnes qui ont leur anniversaire le même jour.

Evidemment, répond Nicole, puisque tu sais qu'il y a plus de 400 habitants dans mon village !

J'ai lu que chez toi, en Hongrie, il y a près de 10 millions de téléphones mobiles. Ainsi, je suis sûre que l'on peut trouver deux Hongrois qui ont leur anniversaire le même jour et qui en plus utilisent le même code PIN pour leur téléphone mobile.

Evidemment, répond Laszlo, puisque tu sais qu'un code PIN comporte 4 chiffres. »

**Expliquer les raisonnements de Laszlo et de Nicole.**

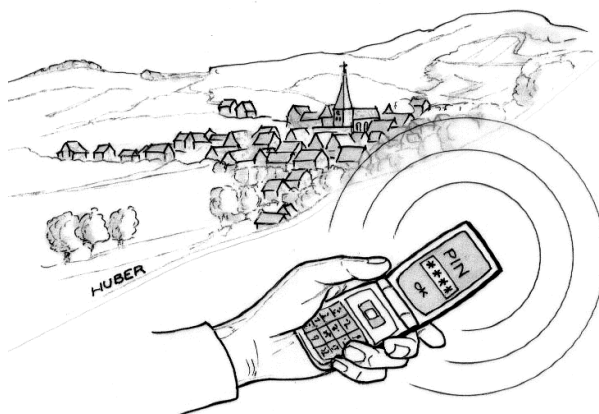
László ha inviato un SMS a Nicole:

"Sono sicuro che nel tuo paese si possono trovare delle persone che compiono gli anni lo stesso giorno".

"Certamente - risponde Nicole - perché tu sai che ci sono più di 400 abitanti! Ho letto che da te, in Ungheria, ci sono circa 10 milioni di cellulari. Parimenti, io sono sicura che si possono trovare due ungheresi con compleanni coincidenti nello stesso giorno e, anche, con lo stesso PIN per il loro cellulare."

"Certamente - risponde - László, perché tu sai che il codice PIN è formato da 4 cifre."

**Spiegare i ragionamenti di László e di Nicole.**



Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Laszlo has just texted Nicole:

"I'm sure that in your village you can find two people who have their birthday on the same day."

"Obviously", replies Nicole, "when you know that there are more than 400 people living in out village!"

I've read that in Hungary, your own country, there are more than 10 million mobile phones. So I'm certain that you could find 2 Hungarians who have their birthday on the same day and also have the same PIN for their mobile phone."

"Obviously", replies Laszlo, "when you know that a PIN code has 4 digits."

**Explain the logic of Laszlo and Nicole's argument.**

Laszlo ha mandado un SMS a Nicole:

« Estoy seguro de que en tu pueblo, podemos encontrar dos personas que cumplan años el mismo día.

Claro, contesta Nicole, ¡como sabes que mi pueblo tiene más de 400 habitantes! He leído que en tu país, en Hungría, Hay cerca de 10 millones de teléfonos móviles. Por lo tanto, estoy segura que podemos encontrar dos húngaros que cumplan años el mismo día y que además utilizan el mismo código PIN para sus móviles.

Claro, contesta Laszlo, porque sabes que un código PIN tiene 4 cifras. »

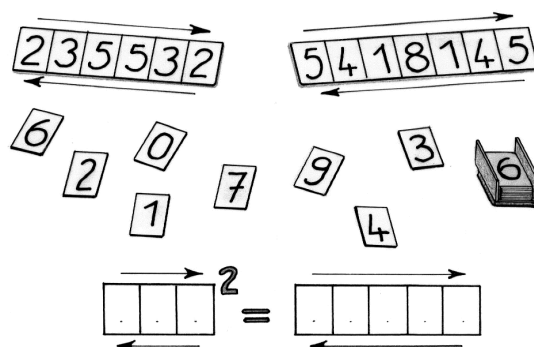
**Explica los razonamientos de Laszlo y de Nicole.**

**Aufgabe 2**  
**5 Punkte**

### Ganz egal

Bei einem Zahlenpalindrom kann man die Ziffern vorwärts und rückwärts lesen, ohne dass sich der Wert der Zahl ändert. So sind zum Beispiel 235532 und 5418145 Palindrome.

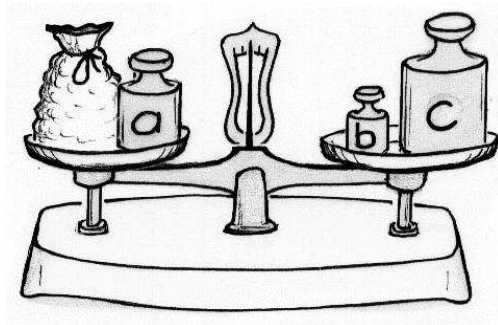
**Findet das größte Palindrom aus fünf Ziffern, das man durch Quadrieren eines dreiziffrigen Palindroms erhalten kann. Bestätigt euer Ergebnis.**



**Aufgabe 3**  
**7 Punkte**

## Massenhaft

Auf einer Balkenwaage liegen drei Wägestücke mit den ganzzahligen Massen  $a$ ,  $b$  und  $c$  in kg. Man kann damit jeden Gegenstand mit einer ganzzahligen Masse von 1 bis 13 kg abwiegen.



Bestimmt die Werte von  $a$ ,  $b$  und  $c$ . Gebt an, wie man bei diesen 13 Wägungen vorgehen muss.

**Aufgabe 4**  
**5 Punkte**

## Telefußball

Auf dem Bildschirm sieht ihr einen Fußballer, der in Richtung eines Bildschirms schießt, auf dem ihr den Fußballer seht, der ...

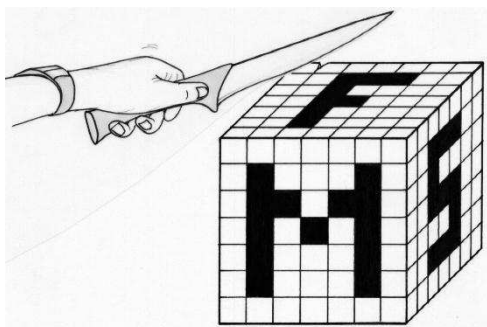


Zeichnet auf das Antwortblatt einen Bildschirm im Format  $16\text{ cm} \times 9\text{ cm}$  und zwei weitere Bildschirme. Beachtet dabei alle Proportionen des obigen Bildes.

Das Zeichnen des Fußballspielers spielt bei der Bewertung keine Rolle.

**Aufgabe 5**  
**7 Punkte**

## Schwarzweiß gewürfelt



Der abgebildete Würfel besteht aus gleich großen kleinen Würfeln. Alle Würfelreihen, deren Enden schwarz sind, bestehen ausschließlich aus schwarzen Würfeln. Alle anderen kleinen Würfel sind weiß.

Bei jeder Seite des großen Würfels entfernt man nun die äußere Schicht der kleinen Würfel.

Zeichnet ein Schrägbild des neuen Würfels in der gleichen Position wie in der Abbildung.

Wie viele weiße Würfel enthält der neue Würfel insgesamt?

**Aufgabe 6**  
**5 Punkte**

## Schau genau!

Eine Fabrik soll eine große Anzahl zylindrischer Konservendosen mit einem bestimmten Volumen herstellen.

Schaubild 1 stellt die Höhe einer Dose in Abhängigkeit von ihrem Radius dar. Aus Schaubild 2 kann man den Flächeninhalt der für eine Dose notwendigen Blechmenge in Abhängigkeit vom Dosenradius entnehmen.

Bestimmt mit Hilfe der beiden Schaubilder die Abmessungen derjenigen Dose, für die man am wenigsten Blech benötigt.

Zeichnet ein Dosenetikett, das die Mantelfläche dieser Dose möglichst genau überdeckt.

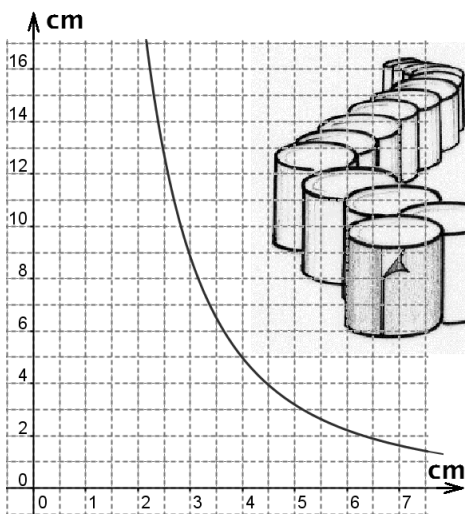


Schaubild 1

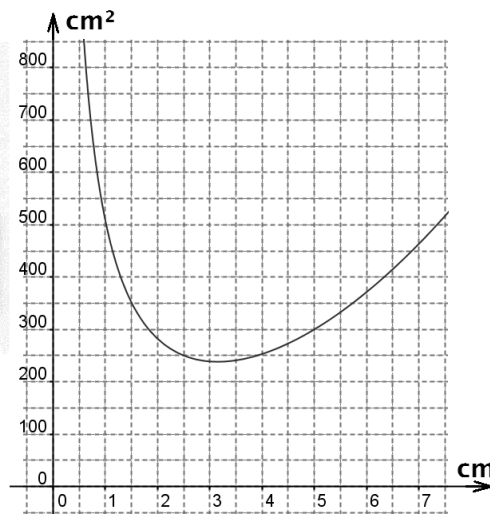


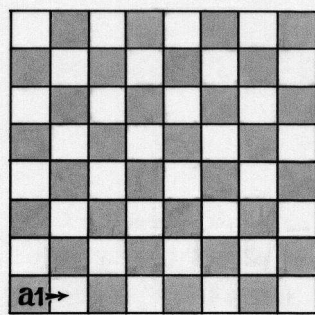
Schaubild 2

**Aufgabe 7**  
7 Punkte

## Start und Ziel

Auf einem Schachbrett soll ein geschlossener Weg gesucht werden, der im Feld a1 beginnt, über alle Felder des Schachbretts führt und auf dem Feld a1 wieder endet. Außer dem Start- und Zielfeld a1 darf jedes Feld nur einmal betreten werden. Der Wechsel von Feld zu Feld darf nicht diagonal über eine Ecke führen, er muss über eine Kante erfolgen.

Wenn man dies mit Schachbrettern verschiedener Größen probiert, wird man feststellen, dass ein solcher Weg nicht immer gefunden werden kann.



Zeichnet einen möglichen Weg auf ein Schachbrett mit 8x8 Feldern.

Untersucht, ob sich ein solcher Weg auch auf einem Schachbrett mit 17x17 Feldern finden lässt.

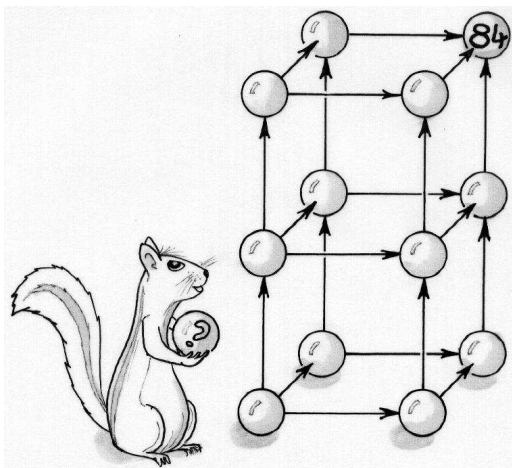
Begründet eure Antwort.

**Aufgabe 9**  
7 Punkte

## In Pfeilrichtung

Alle Kugeln der Abbildung sollen mit unterschiedlichen natürlichen Zahlen nach folgender Regel beschriftet werden:

Zeigt ein Pfeil von einer Kugel mit der Beschriftung  $a$  auf eine Kugel mit der Beschriftung  $b$ , so ist  $b$  ein Vielfaches von  $a$ .



Zeichnet das Kugelschema ab und beschriftet die Kugeln nach der angegebenen Regel.

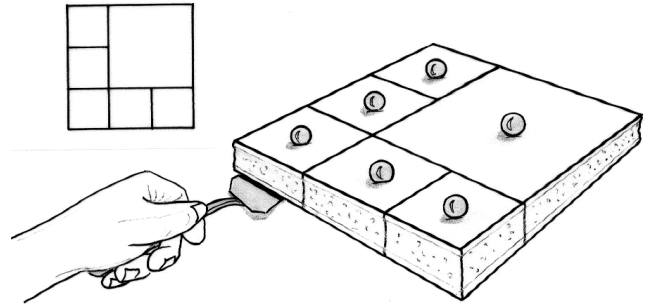
**Aufgabe 8**  
5 Punkte

## Viermal neun

Die Abbildung zeigt die Zerlegung eines Quadrats in sechs Teilquadrate.

Man kann ein Quadrat auch in neun Teilquadrate zerlegen – und das auf verschiedene Arten.

Dabei sollen zwei Zerlegungen als gleich angesehen werden, wenn sie aus den gleichen Teilquadraten bestehen, selbst wenn deren Lage unterschiedlich sein sollte.



Präsentiert vier unterschiedliche Zerlegungen eines Quadrats in neun Teilquadrate.

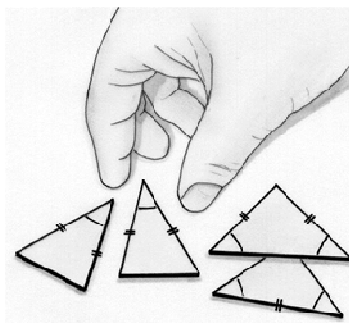
**Aufgabe 10**  
10 Punkte

## Dreieckspuzzle

Vier gleichschenklige Dreiecke haben mindestens einen spitzen Winkel  $\alpha$  und eine Seitenlänge  $x$ , die für alle vier Dreiecke gleich groß sind:

- ein Dreieck hat den Basiswinkel  $\alpha$  und die Basislänge  $x$
- ein Dreieck hat den Basiswinkel  $\alpha$  und die Schenkellänge  $x$
- zwei Dreiecke haben die Schenkellänge  $x$  und  $\alpha$  ist kein Basiswinkel.

Die vier Dreiecke lassen sich wie bei einem Puzzle lückenlos so aneinander legen, dass ein großes gleichschenkliges Dreieck entsteht.



Wählt einen spitzen Winkel  $\alpha$  und eine Seitenlänge  $x$ . Konstruiert die vier Dreiecke, schneidet sie aus und klebt das aus den vier Teilen gebildete Dreieck auf.

Zeigt, dass durch diese Anordnung für jeden spitzen Winkel  $\alpha$  und jede Seitenlänge  $x$  tatsächlich ein gleichschenkliges Dreieck entsteht.

## Aufgabe 11 5 Punkte

### Chancen für Schwarz

Auf dem Rand eines ausbalancierten Glücksrades sind in gleichen Abständen Nägel eingeschlagen. Das Rad ist in vier Sektoren in den Farben Rot, Weiß, Blau und Schwarz unterteilt, deren Begrenzung stets durch einen der Nägel verläuft.

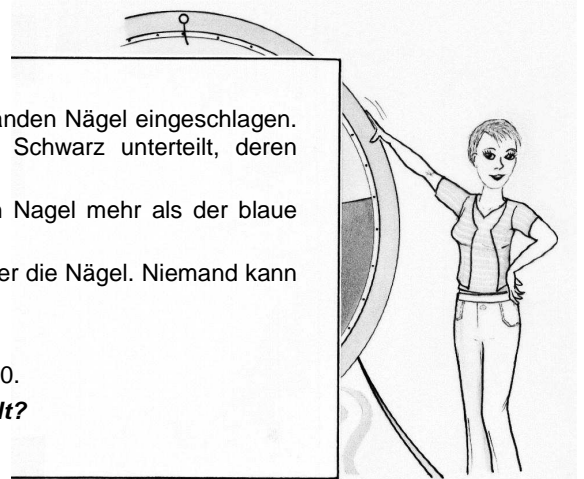
Der weiße Sektor enthält einen Nagel weniger als der rote, aber einen Nagel mehr als der blaue Sektor.

Das Rad wird schwungvoll gedreht, eine Federklinke rattert bremsend über die Nägel. Niemand kann vorhersagen, in welchem Sektor die Klinke steht, wenn das Rad anhält.

- Die Wahrscheinlichkeit, dass das Rad bei Rot anhält beträgt  $1/3$ .
- Die Wahrscheinlichkeit, dass das Rad bei Blau anhält beträgt  $3/10$ .

**Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das Rad bei Schwarz anhält?**

**Begründet eure Antwort.**



## Aufgabe 12 7 Punkte

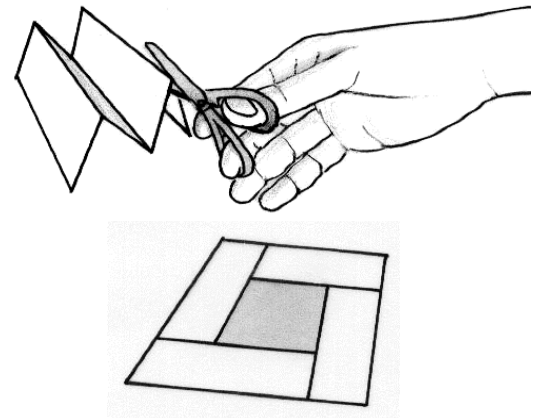
### Zieharmonikastücke

Nehmt ein rechteckiges Blatt Papier. Faltet es wie eine Zieharmonika, so dass vier kongruente Rechtecke entstehen.

Schneidet diese Rechtecke aus und legt sie ohne Überschneidung zu einem Rahmen zusammen. Wie ihr seht, sind sowohl das äußere als auch das innere Viereck, welche den Rahmen begrenzen, Quadrate.

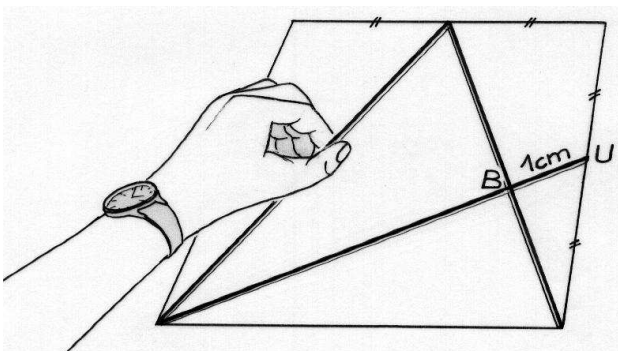
**Bestimmt die Abmessungen des Papierblattes so, dass der Flächeninhalt des äußeren Quadrats viermal so groß ist wie der des inneren Quadrats.**

**Schreibt eure Rechnung auf und klebt den so erhaltenen Rahmen auf das Antwortblatt.**



## Aufgabe 13 10 Punkte

### Von der Mitte in die Ecke



Durch die Fläche eines Quadrats verläuft ein Streckenzug. Er besteht aus drei Teilstrecken, von denen sich zwei in einem Punkt B schneiden.

Jede dieser Teilstrecken verbindet den Mittelpunkt einer Seite mit einem Eckpunkt des Quadrats (siehe Abbildung).

**Wie lang ist der gesamte Streckenzug, wenn die Länge des Abschnitts BU 1 cm beträgt?**

**Begründet eure Antwort.**