

Mathematik ohne Grenzen

ein internationaler Wettbewerb für Klassenstufe 10 und 11

Probewettbewerb 2004/2005

- Für jede Aufgabe, auch für die nicht bearbeiteten, ist ein gesondertes Lösungsblatt abzugeben
- Mit Ausnahme der Aufgaben 2, 4, 6, 7 und 8 muss die Lösung begründet bzw. erläutert werden
- Die Sorgfalt der Ausführung wird mitbewertet
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt

Aufgabe 1
7 Punkte

Per pedes

Die Lösung muss in einer der vier Fremdsprachen verfasst werden und einen Umfang von mindestens 30 Wörtern haben.

Au départ d'une épreuve de marche de 20 km, il y avait 35 concurrents. Pendant l'épreuve, les juges ont distribué 82 avertissements pour marche irrégulière.

Tout marcheur est éliminé à son 3^{ème} avertissement. Les marcheurs qui n'ont pas été éliminés ont tous fini la course.

Quel est le nombre maximal de marcheurs à l'arrivée ? Quel est le nombre minimal de marcheurs à l'arrivée ? Justifier.

At the start of a twenty-kilometer-long walking race there were 35 competitors. During the competition, the judges gave 82 warnings for irregular walking.

Any walker is eliminated at his third warning. The walkers who haven't been eliminated have all finished the race.

What is the maximum number of walkers at the end of the competition? What is the minimum number? Justify.

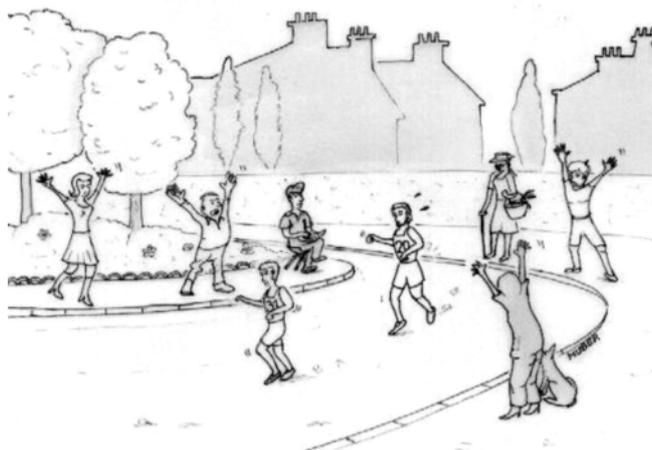
Aufgabe 2
5 Punkte

Tischrücken

Im Festsaal eines Dorfes stehen acht gleiche, viereckige Tische. Thomas stellt sie lückenlos zusammen, so dass sich eine große Tafel in Form eines regelmäßigen Sechsecks mit 2 m Seitenlänge ergibt.

„Der Platz wird nie für alle reichen!“ protestiert Anja und beginnt auch schon die Tische umzustellen. Sie gruppiert sie ohne Zwischenraum zu einem Viereck mit 26 m Umfang.

Zeichne die Anordnung von Thomas und die von Anja im Maßstab 1:50.



Alla partenza di una gara di marcia lunga 20 km ci sono 35 concorrenti. Durante la prova i giudici assegnano 82 ammonizioni per marcia irregolare.

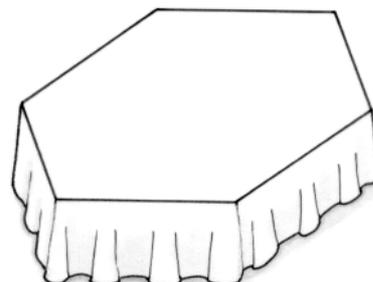
Il corridore che incorre in tre ammonizioni è squalificato ed espulso. Quelli che non sono stati espulsi concludono tutti la corsa.

Al traguardo qual è il massimo numero di corridori ? Quale il numero minimo ? Motivare le risposte.

A la salida de una prueba de marcha de 20 kilómetros, había 35 participantes. Durante la prueba, los jueces dieron 82 advertencias por marcha irregular.

Se elimina a cada participante que tenga 3 advertencias. Los marchadores a los que no se eliminó terminaron todos la carrera.

¿Cuál es el número máximo de marchadores que llegaron a la meta ? ¿Cuál es el número mínimo de marchadores que llegaron a la meta ? Explicar la respuesta.



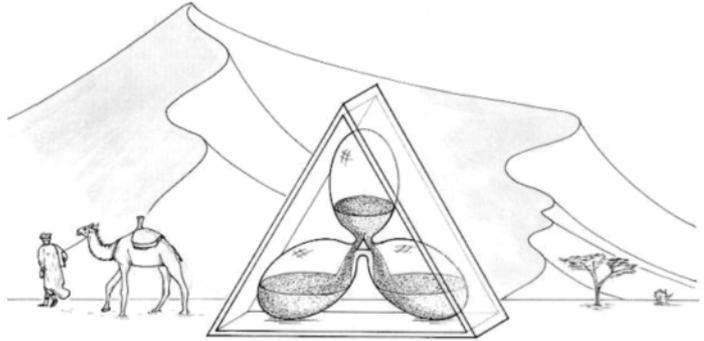
Aufgabe 3
7 Punkte

Minutentakt

Eine Sanduhr in Form eines gleichseitigen Dreiecks enthält drei gleiche Sandbehälter. Jeder Behälter ist mit den beiden anderen verbunden.

Der obere Behälter entleert sich zu gleichen Teilen in die beiden anderen, wobei man annimmt, dass die Sandmenge gleichmäßig abnimmt. Die beiden unteren Behälter füllen sich gleich schnell.

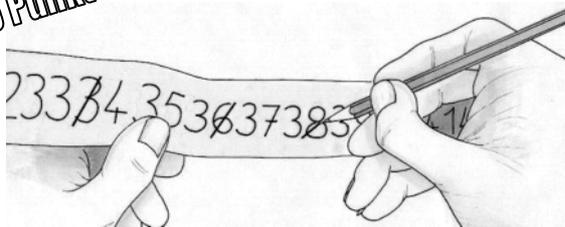
Wenn der obere Behälter voll ist, dauert es 16 Minuten bis er sich in die beiden anderen entleert hat.



Wie kann man mit Hilfe einer solchen Sanduhr alle Zeitspannen von einer, zwei, drei vollen Minuten, und so fort, bis zu 16 vollen Minuten abmessen?

Aufgabe 4
5 Punkte

Hundert fliegen raus



Notiere hintereinander und ohne Zwischenraum die Zahlen von 1 bis 60 in aufsteigender Reihenfolge.

Streiche aus dieser Ziffernfolge 100 Ziffern so heraus, dass die verbleibenden Ziffern in der gegebenen Reihenfolge eine möglichst große Zahl bilden.

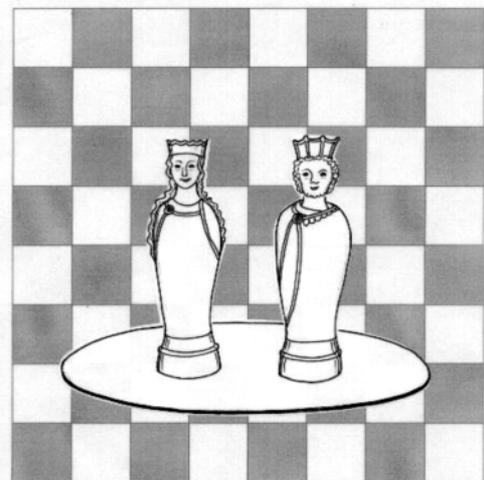
Aufgabe 5
7 Punkte

Eingekreist

Die Felder eines Schachbretts haben jeweils eine Seitenlänge von 2 cm.

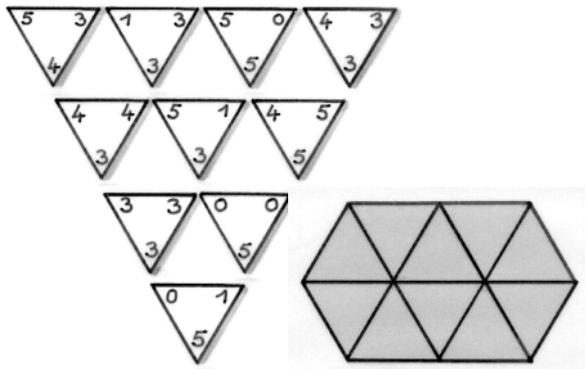
Zeichne einen möglichst großen Kreis, der ganz auf dem Schachbrett liegt und kein einziges schwarzes Feld durchquert.

Berechne den Radius dieses Kreises.



Aufgabe 6
5 Punkte

Triminos

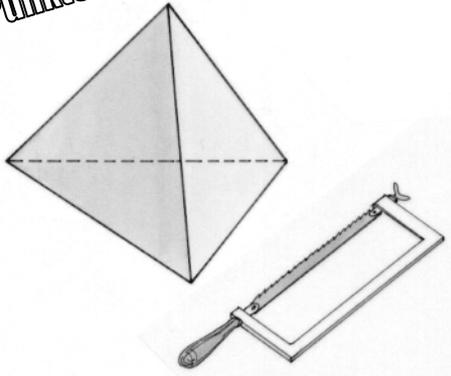


Die 10 Dreiecke sollen so angeordnet werden, dass sich die abgebildete Figur ergibt und immer nur gleiche Ziffern aneinander liegen.

Zeichne oder klebe die entsprechende Anordnung auf das Antwortblatt

Aufgabe 7
7 Punkte

Was bleibt?



Die vier Ecken eines regelmäßigen Tetraeders sollen so abgesägt werden, dass aus den vier Seitenflächen des Tetraeders jeweils ein regelmäßiges Sechseck entsteht.

Zeichne das Netz dieses Restkörpers auf und färbe parallele Seitenflächen des Körpers mit der gleichen Farbe.

Aufgabe 8
5 Punkte

Abwärts

Benedikt ist ein passionierter Mountainbiker. Die drei Stufen der abgebildeten Treppe bewältigt er mit Leichtigkeit.

Jede Stufe ist 18 cm hoch und 45 cm breit. Das Vorderrad seines Fahrrads hat einen Radius von 33 cm.



Zeichne im Maßstab 1:10 die Kurve, welche der Mittelpunkt seines Vorderrades bei dieser Abfahrt beschreibt.

Aufgabe 9
7 Punkte

Death Valley

In einem blühenden Tal leben Wölfe, Schafe und Schlangen.

Jeden Morgen um 8 Uhr reißt jeder Wolf genau zwei Schafe. Jeden Mittag um 12 Uhr zertritt jedes Schaf genau zwei Schlangen, die faul in der Sonne liegen, und jeden Abend um 18 Uhr versetzt jede Schlange genau zwei Wölfen ihren tödlichen Biss.

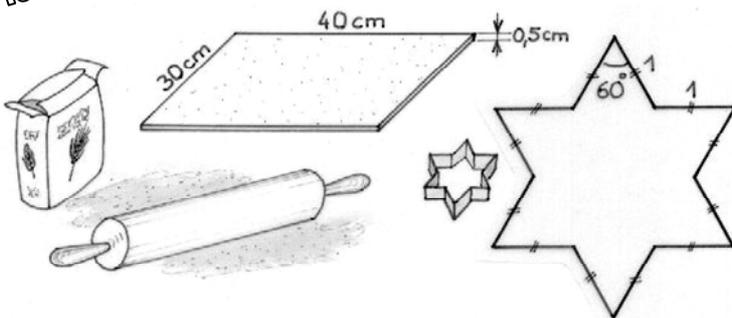
Am Morgen des 6. Tages, um sechs Uhr, lebt schließlich nur noch ein einsamer Wolf an diesem paradisischen Fleckchen Erde.

Wie viele Tiere von jeder Art bevölkerten das Tal am ersten Tag um sechs Uhr morgens?



Aufgabe 10
10 Punkte

Weihnachtsplätzchen



Nicole möchte sternförmige Plätzchen backen. Vor ihr liegt eine rechteckige Teigplatte. Diese ist 40 cm lang, 30 cm breit und 0,5 cm dick. Ihre Ausstechform ist ein regelmäßiger, sechszackiger Stern mit 1 cm Seitenlänge.

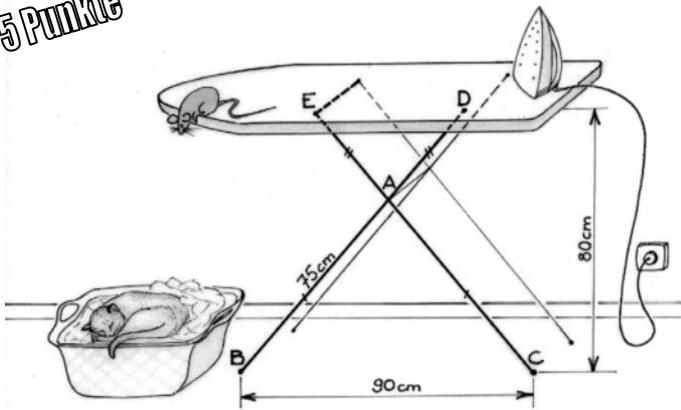
Den restlichen Teig knetet sie jedes Mal zusammen und wellt ihn wieder zu einer 0,5 cm dicken Platte aus.

Wie viele solcher Plätzchen kann Nicole auf diese Art maximal herstellen? Begründe die Antwort.

nur für Klasse 11

Aufgabe 11
5 Punkte

Bügelbrett



An einem regnerischen Nachmittag möchte der kleine Nicolas seine Mama überraschen und beschließt zu bügeln.

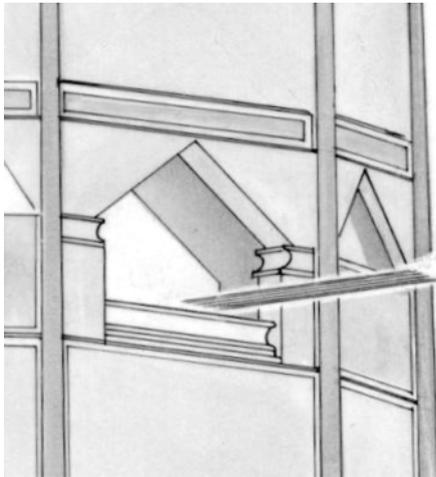
Er benutzt dazu das abgebildete Bügelbrett, dessen gleich lange Beine in A durch ein Gelenk verbunden sind. Das Brett ist in D befestigt und in E verstellbar aufgelegt, damit man die Höhe einstellen kann.

Gemäß der Zeichnung ist $\overline{AB} = \overline{AC} = 75 \text{ cm}$.

Bei einem Abstand der Punkte B und C von 90 cm ist das Brett 80 cm vom Boden entfernt.

Nicolas stellt das Brett auf eine Höhe von 60 cm ein.

Berechne, wie groß dann der Abstand \overline{BC} ist.



Aufgabe 12
7 Punkte



Ineinander

Der persische Mathematiker Abu al-Wafâ (940-988 n. Chr.) stellte das folgende geometrische Problem:

Konstruiere zu einem Quadrat mit gegebener Seitenlänge ein gleichseitiges Dreieck, dessen eine Ecke mit einer Ecke des Quadrats zusammenfällt. Die beiden anderen Ecken des Dreiecks sollen jeweils auf einer Seite des Quadrats liegen.

Konstruiere das Dreieck von Abu al-Wafâ nur Zirkel und Lineal für ein Quadrat der Seitenlänge 8 cm. Beschreibe die Konstruktion und weise nach, dass das Dreieck gleichseitig ist.

Aufgabe 13
10 Punkte

Mathematik mit Grenzen

Die Grenzen vieler Staaten sind geografischer Natur oder beruhen auf geschichtlichen Ereignissen.

Die Grenzen des nordamerikanischen Staates Wyoming scheinen, zumindest auf den ersten Blick, einen einfacheren Verlauf zu haben. Dieser Staat wird durch Längen- und Breitenkreise begrenzt:

- im Westen durch 111° westlicher Länge
- im Osten durch 104° westlicher Länge
- im Norden durch 45° nördlicher Breite
- im Süden durch 41° nördlicher Breite.

Gehe von einer idealen Kugelgestalt der Erde mit einem Äquatorumfang von 40000 km aus und berechne den Umfang des Staates Wyoming.

