

Mathematik Ohne Grenzen

Wettbewerb vom 7. Februar 2006



- Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.
- Mit Ausnahme der Aufgaben 2, 4, 6, 7 und 8 muss die Lösung stets begründet werden.
- Auch Teillösungen werden berücksichtigt.
- Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.

Mathématiques
SANS
Frontières

Aufgabe 1 7 Punkte

Cheerleaders

Ritagliate la figura allegata secondo i tratti punteggiati ; poi, scambiate le parti A e B. Incollate, quindi, sul foglio risposta la nuova rappresentazione del gruppo.

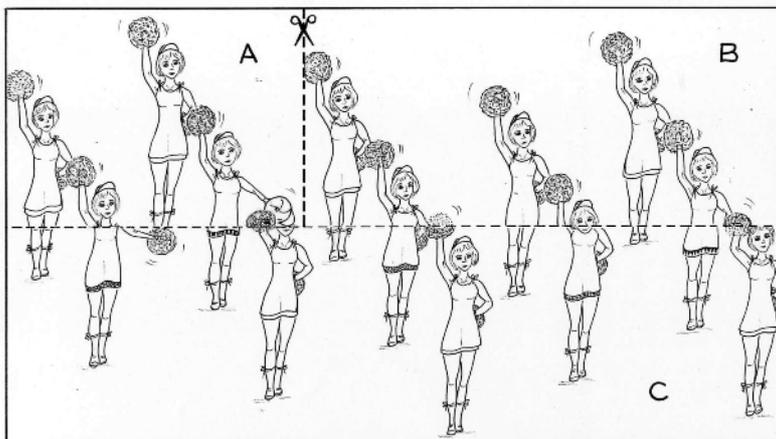
Con questa manipolazione si potrebbe pretendere di provare che $13 = 12$, ma, naturalmente, in questa "dimostrazione" c'è un errore.

Individuate l'errore ed illustrate con precisione in che cosa consiste l'inganno.

Corta el dibujo del documento anexo siguiendo la línea de puntos, y cambia las imágenes A y B. Pega la nueva imagen del grupo en la hoja respuesta.

Con esta manipulación se quiere demostrar que $13 = 12$, pero hay, claro, un defecto en esta "demostración".

Encuentra este defecto y explica precisamente en que consiste el engaño.



Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Découper la figure ci-jointe suivant les pointillés, puis échanger les pièces notées A et B. Coller la nouvelle vue du groupe sur la feuille-réponse.

Par cette manipulation on prétend prouver que $13 = 12$, mais il y a, bien sûr, un défaut dans cette "démonstration".

Trouver ce défaut et expliquer précisément en quoi consiste la supercherie.

Cut out the figure attached along the dotted lines. Then swap piece A with

piece B. Stick the new view of the group on your worksheet.

This re-arrangement claims to prove that $13 = 12$, but of course, this "demonstration" is wrong.

Find the fault and explain precisely what the trick is.

Aufgabe 2 5 Punkte

Antiprisma

Bei einem geraden Prisma sind Grund- und Deckfläche zueinander parallel, deckungsgleiche Vielecke, die Seitenflächen sind Rechtecke.

Bei einem Antiprisma sind Grund- und Deckfläche ebenfalls parallel, deckungsgleiche Vielecke, aber die Seitenflächen sind gleichschenklige Dreiecke.

Stellt das Netz eines Antiprismas mit folgenden Eigenschaften her:

- Grund- und Deckfläche sind regelmäßige Sechsecke mit der Seitenlänge 3cm.
- Die Seitenflächen sind gleichschenklige Dreiecke mit der Schenkellänge 4 cm.

Klebt das Netz auf das Antwortblatt.

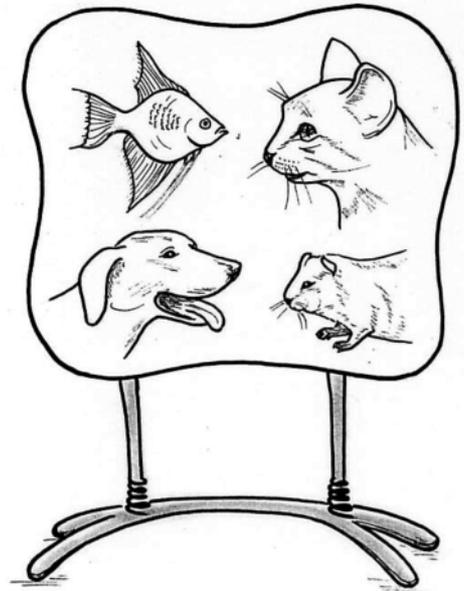


Aufgabe 3
7 Punkte

Heute im Angebot

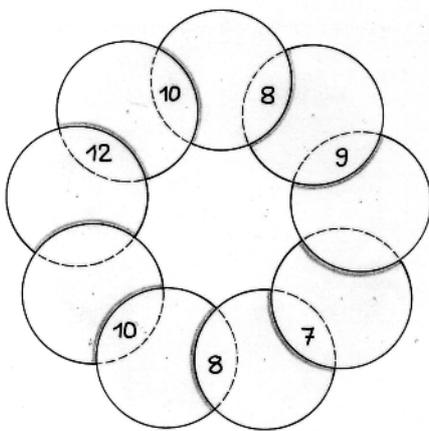
In seiner Tierhandlung verkauft Herr Paul vier Arten von Tieren. Jeden Morgen hängt er im Schaufenster ein Schild mit seinem Tierbestand aus. Heute Morgen konnte man folgendes lesen:

Heute im Angebot:
 Alle Tiere, bis auf 42, sind Meerschweinchen.
 Alle Tiere, bis auf 32, sind Fische.
 Alle Tiere, bis auf 47, sind Katzen.
 Alle Tiere, bis auf 44, sind Hunde.



Berechnet, wie viele Tiere jeder Art heute angeboten werden.

Entwerft ein entsprechendes Schild für morgen früh, wenn Herr Paul heute drei Katzen, sechs Fische, ein Meerschweinchen aber keinen Hund verkauft haben wird.



Aufgabe 4
5 Punkte

Hinteransicht

Neun runde Spielplättchen sind auf der Vorderseite mit den Zahlen von 1 bis 9 nummeriert. Auf jedem Plättchen steht also eine andere Zahl. Auf der Rückseite sehen alle Plättchen gleich aus.

In der Abbildung wurden die Plättchen mit der beschrifteten Seite nach unten zu einer Rosette angeordnet. Dort wo sich zwei Plättchen überschneiden, wurde an einigen Stellen die Summe der beiden betreffenden Plättchennummern eingetragen.

Zeichnet die abgebildete Anordnung der Plättchen auf das Antwortblatt und verseht jedes Plättchen mit der zugehörigen Nummer.

Aufgabe 5
7 Punkte

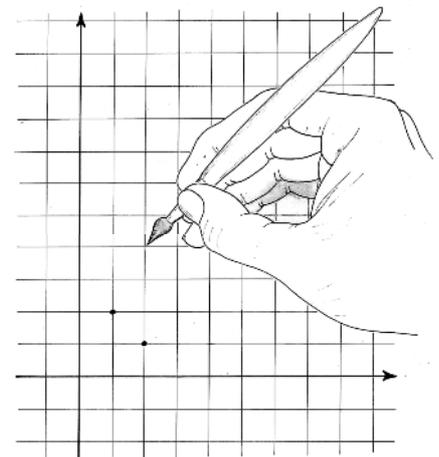
unnatürliche Mitte

Mit Hilfe eines kartesischen Koordinatensystems wird ein quadratisches Gitter so festgelegt, dass die Koordinaten aller Gitterpunkte ganzzahlig sind.

Claudio markiert eine Anzahl von Gitterpunkten nach folgender Regel:

Verbindet man zwei beliebige markierte Gitterpunkte, so ist der Mittelpunkt dieser Verbindungsstrecke kein Gitterpunkt.

Wie viele Gitterpunkte kann Claudio auf diese Weise markieren, ohne die Regel zu verletzen? Begründet eure Antwort.



Aufgabe 6
5 Punkte

Der Preis der Preise

Michaela organisiert in ihrer Schule einen Laufwettbewerb, an dem 50 Kinder teilnehmen. Jedes Kind soll am Ende des Wettbewerbs einen der folgenden Preise erhalten: einen Pokal, ein T-Shirt oder eine Medaille.

Ein Pokal kostet 23€, ein T-Shirt 7€. Die Medaillen werden in Fünferpackungen zum Packungspreis von 4€ angeboten.

Michaela verfügt über einen Betrag von 150€, den sie vollständig ausgeben muss.

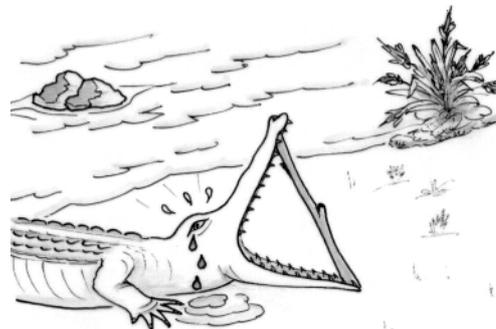
Keiner der Teilnehmer soll mehr als einen Preis erhalten und es sollen keine Preise übrig bleiben.

Wie viele Pokale, T-Shirts und Medaillen kann Michaela kaufen?



Aufgabe 7
7 Punkte

Krokodilstränen ...



... und wie man sie zeichnet:

Zeichnet einen Winkel von 100° und eine 14 cm lange Strecke AB, so dass A auf dem ersten und B auf dem zweiten Schenkel des Winkels liegt.

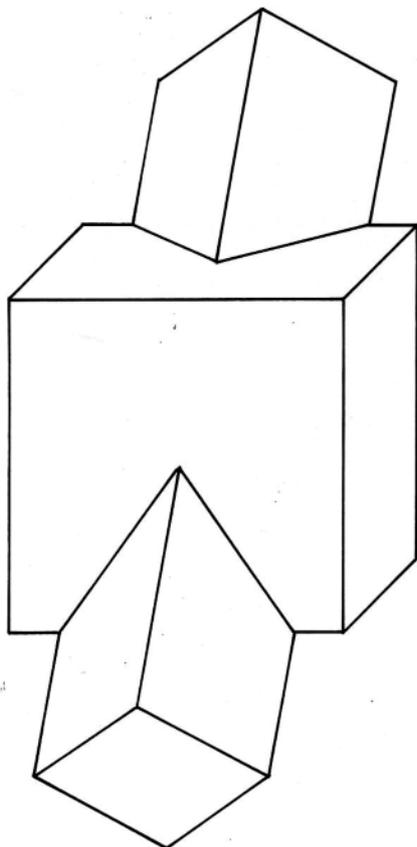
Spiegelt man den Scheitel des Winkels an AB, so erhält man den Punkt M.

Konstruiert mit Hilfe hinreichend vieler Punkte die Bahn des Punktes M, wenn die Endpunkte von AB an den Schenkeln des Winkels entlang gleiten.

Aufgabe 8
5 Punkte

Piercing

Ein Würfel wurde so durchbohrt, dass ein gerades Prisma mit quadratischer Grundfläche passgenau hindurch gesteckt werden kann. Dabei gehen zwei sich gegenüberliegende Kanten des Prismas jeweils durch die Mittelpunkte benachbarter Würfelflächen. Die beiden anderen Kanten des Prismas schneiden zwei sich gegenüber liegende Würfelflächen (siehe Abbildung).



Zeichnet ein Schrägbild des durchbohrten Würfels, nachdem das Prisma entfernt wurde. Sichtbare Kanten sollen durchgezogen und unsichtbare Kanten gestrichelt werden. Eine Rechnung oder Begründung ist nicht verlangt.

Aufgabe 9
7 Punkte

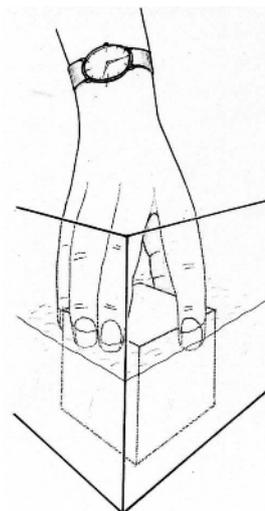
Versenkt

Ein quaderförmiges Aquarium ist mit Wasser gefüllt. Die inneren Abmessungen der Grundfläche, in Zentimeter gemessen, sind natürliche Zahlen.

Jeanette stellt auf den Boden des Aquariums einen Würfel der Kantenlänge 10 cm. Die Höhe des Wasserspiegels ist nun gleich der Höhe des Würfels.

Sie ersetzt diesen Würfel durch einen Würfel der Kantenlänge 20 cm. Auch jetzt ist die Höhe des Wasserspiegels gleich der Höhe des Würfels.

Welche Abmessungen hat die Grundfläche des Aquariums und wie viel Liter Wasser befinden sich darin? Begründet.



Aufgabe 10
10 Punkte

Rittlings

Hier ist eine originelle Methode zur Herstellung eines Körpers:

Zeichnet das abgebildete Netz in wahrer Größe. Es besteht aus acht gleichseitigen Dreiecken mit der Seitenlänge 5 cm und den vier Laschen a, b, c, d.

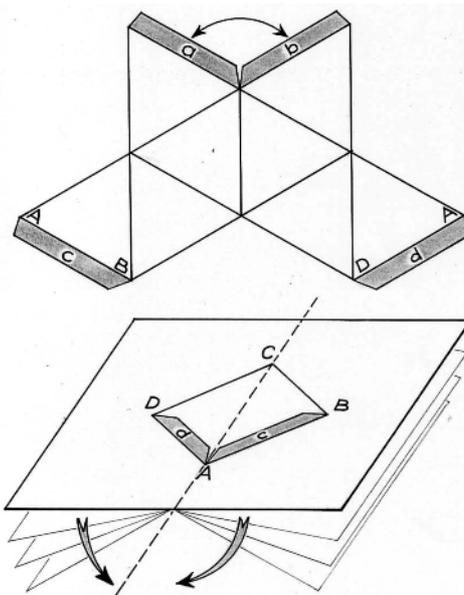
Schneidet euer Netz aus, knickt alle Kanten und klebt die Laschen a und b zusammen.

Zeichnet auf das Antwortblatt ein Quadrat ABCD mit 5 cm Seitenlänge und knickt das Blatt entlang der Diagonalen AC.

Klebt nun die Laschen c und d des Netzes so auf das Blatt, dass die Strecken AB und AD des Netzes auf den Seiten AB und AD des Quadrates liegen.

Faltet nun das Blatt entlang AC so zusammen, dass das Netz außen bleibt. Der Körper richtet sich nun auf der Knickkante auf

Berechnet auf dem Antwortblatt das Volumen dieses Körpers gerundet auf cm^3 . Faltet das Blatt nun so, dass das Netz nach innen geklappt wird. Schreibt Schule und Klasse auf die Außenseite.



Aufgabe 11
5 Punkte

Sag' mir den Code



Marion ist außer sich. Sie ist heute Abend zu einer Fete eines neuen Freundes eingeladen. Er hat ihr eine E-Mail mit seiner Adresse geschickt und ausgerechnet jetzt hat sie den Zugangscode für ihre Mailbox vergessen. Sie weiß nur noch, dass es eine ganze Zahl zwischen 1000 und 2 Milliarden war und dass diese Zahl sowohl eine Quadratzahl, eine Kubikzahl als auch die fünfte Potenz einer natürlichen Zahl war.

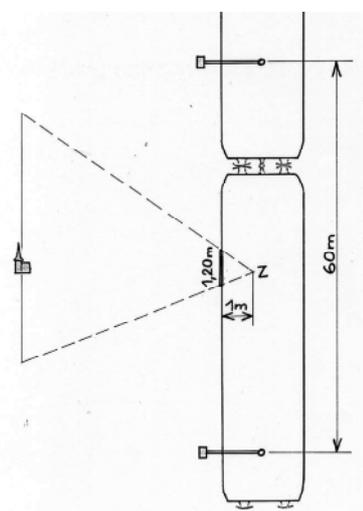
Nach vielen vergeblichen Versuchen ruft sie völlig entnervt ihre Freundin an: Sophie, das Matheass!

Sophie hört sich die ganze Geschichte an, überlegt einen Augenblick und meint: „Es gibt nur eine einzige Zahl, die alle diese Bedingungen erfüllt. Die Zahl, die du suchst, heißt...“

Wie lautet der gesuchte Code? Überprüft das Ergebnis

Aufgabe 12
7 Punkte

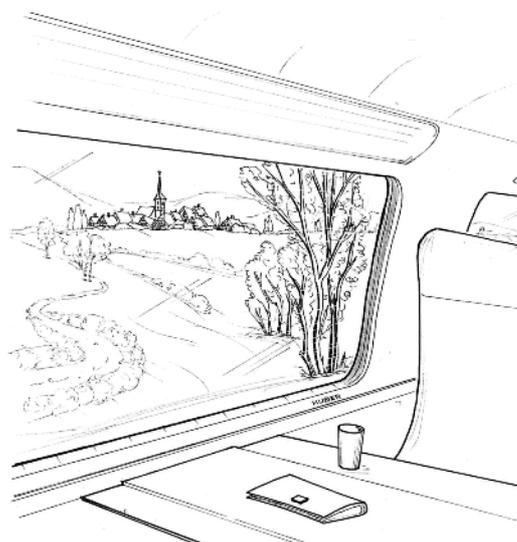
Mathe-Express



Zoé sitzt im Zug und schaut aus dem Fenster. Alle 2 Sekunden sieht sie einen Strommast vorbeikommen. Da erscheint am rechten Fensterrand ein Kirchturm in Zoés Blickfeld, der nach 72 Sekunden am linken Fensterrand wieder verschwindet. Zoé fragt sich, wie weit der Kirchturm wohl von der Bahnlinie entfernt ist.

Berechnet den ungefähren Wert dieser Entfernung nach folgenden Vorgaben:

- Die Bahnlinie verläuft geradlinig.
- Der Abstand zwischen 2 Strommasten beträgt 60 m.
- Zoé sitzt 1m vom Fenster entfernt, das 1,20 m breit ist.



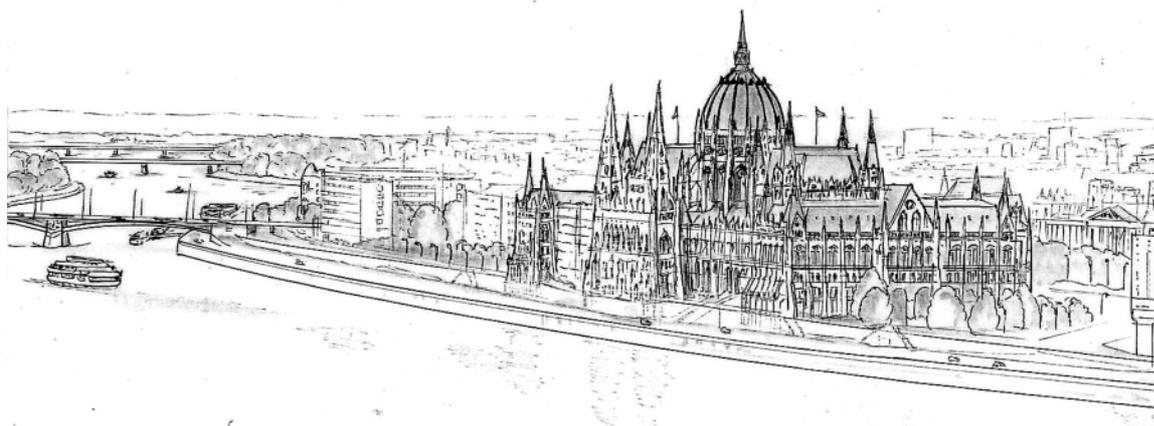
Aufgabe 13
10 Punkte

Aus Budapest

Die Fassade des Parlaments in Budapest ist mit einer Rosette geschmückt. Man kann sie wie folgt konstruieren:

- Zeichnet drei Kreise mit Radius 3 cm, von denen sich jeweils zwei berühren.
- Zeichnet einen großen Kreis, der jeden der drei anderen Kreise berührt.
- Entfernt die drei kleinen Kreisbögen im Zentrum der Rosette, bis zu den drei Berührungspunkten der drei ersten Kreise.

Zeichnet die Rosette auf das Antwortblatt und berechnet den Radius des großen Kreises.



Anlage zu Aufgabe 1

