Lösungshinweise zur Korrektur des Hauptwettbewerbs am 6.2.07

Aufgabe 1: Wer spült?

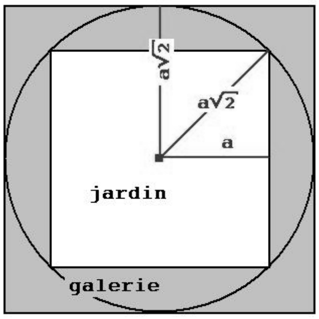
Von den 25 Personen, die am Ferienlager teilnehmen, müssen 68% spülen, das sind 17 Personen. Wenn alle 9 Erwachsenen spülen, werden noch 8 Jugendliche, also die Hälfte, helfen müssen. In diesem Punkt haben die Jugendlichen also Recht. Spülen dagegen alle 16 Jugendlichen, so muss nur ein Erwachsener helfen. Hier haben die Jugendlichen also Unrecht.

Aufgabe 2: Katz und Maus

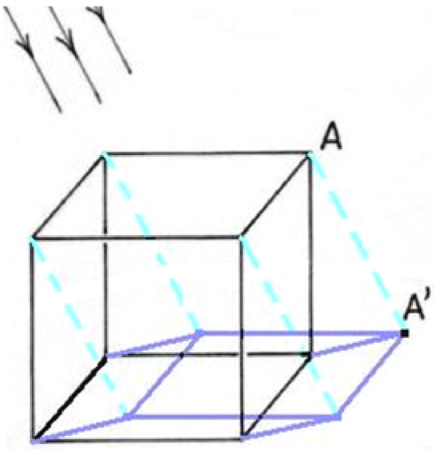
Die Gitterpunkte sind hell und dunkel gefärbt. Zu Beginn sitzen Katze und Maus auf gleichfarbigen Gitterpunkten. Solange dies der Fall ist, kann die Katze die Maus beim nächsten Zug nicht erreichen, da sie ja dann auf ein andersfarbiges Feld ziehen muss. Dies ändert sich, sobald die Katze den Weg über die Turmspitze nimmt und zweimal hintereinander auf einen weißen Gitterpunkt zieht. Nun kann sie die Maus in eine Ecke abdrängen, so dass die Maus gezwungen ist, auf einen der Katze benachbarten Gitterpunkt zu ziehen, wo sie beim nächsten Zug der Katze gefressen wird.

Aufgabe 3: Klostergarten

Der Kreisradius und die halbe Diagonale des einbeschriebenen Quadrats haben die gleiche Länge. Mit den Bezeichnungen der unten stehenden Abbildung hat das einbeschriebene Quadrat den Flächeninhalt $4a^2$ und das umbeschriebene den Flächeninhalt $8a^2$. Der Garten und der Kreuzgang haben also den gleichen Flächeninhalt.



Aufgabe 4 : Schattenwurf

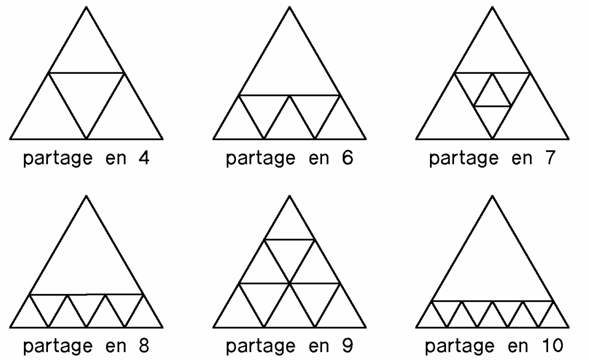


Aufgabe 7: Newtons Strophoide

siehe Abbildung rechts.

Aufgabe 5: Teilaufgabe

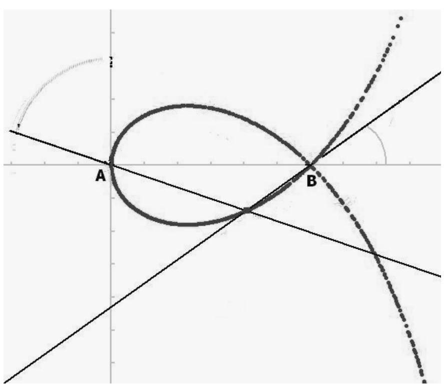
Eine Zerlegung in 5 gleichseitige Dreiecke ist nicht möglich.



In manchen Fällen sind mehrere Lösungen möglich.

Aufgabe 6: Immer nur Fisch

Ein roter Fisch hat entweder einen roten oder einen weißen Fisch unmittelbar vor sich. Nach den beiden ersten Aussagen gibt es also genau 7 + 12 = 19 rote Fische.
Nach der zweiten Aussage gibt es genau 12 weiße Fische, die einen roten Fisch **hinter** sich haben und nach der dritten Aussage genau 3 weiße Fische, die einen weißen Fisch **hinter** sich haben. Es gibt also 15 weiße Fische. Insgesamt schwimmen 34 Fische im Kreis.

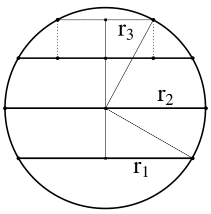


Aufgabe 8: Pentagramm

Die Schüler könnten so vorgehen, dass sie zunächst in einem regelmäßigen Fünfeck einen Näherungswert für b:a bestimmen, dann geeignete Werte für b und a suchen und die Regelmäßigkeit anhand einer Zeichnung überprüfen. Für a=3 und b= 5 erhält man bereits ein annehmbares Ergebnis. Mit a=5 und b= 8 erhält man einen noch regelmäßigeren Stern, der entsprechend gedreht ebenfalls auf das Antwortblatt passt.

Bem.: a und b sind benachbarte Fibonaccizahlen, deren Verhältnis sich mit zunehmenden Werten dem Goldenen Schnitt annähert.

Aufgabe 10: Deep Blue



Sei r_i der Radius der bewohnbaren Fläche auf der i-ten Wohnebene. Dann gilt

$r_1^2 = (5m)^2 - (2{,}5m)^2 = 18{,}75m^2$

$r_2^2 = (5m)^2 = 25\ m^2$

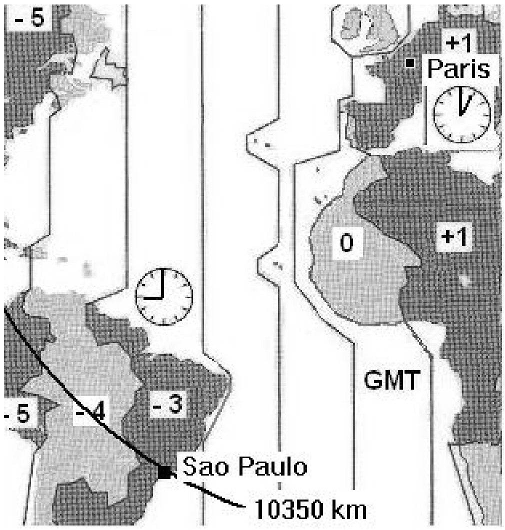
$r_3^2 = (5m)^2 - (4{,}5m)^2 = 4{,}75m^2$

Die bewohnbare Gesamtfläche ist

$A = \pi\cdot(r_1^2 + r_2^2 + r_2^2) \approx 152{,}4\ m^2.$

Aufgabe 9: Zeitverschiebung

Sei t die Flugzeit und d die Zeitverschiebung. Dann gilt $t - d = 7{,}5$ h und $t + d = 15{,}5$ h.
Daraus erhält man $t = 11{,}5$ h und $d = 4$ h.
Die Flugstrecke beträgt also rund 10350 km und das Flugziel liegt in der Zeitzone -3. Das Reiseziel ist Rio oder Sao Paulo.

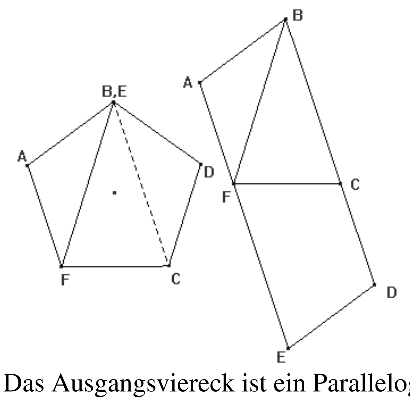


Klassenstufe 11

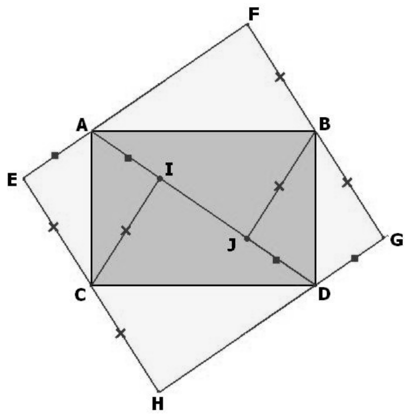
Aufgabe 11: Remmidemmi

Die Nummer der Wohnung am rechten Ende einer Etage ist stets eine Quadratzahl. Auf der Etage mit der Wohnung 2007 ist dies die Nummer $45^2 = 2025$. Die Wohnung 2007 ist die 18. Wohnung links davon. Die Wohnung darüber ist die 17. Wohnung links von der Wohnung mit der Nummer $44^2 = 1936$ und trägt die Nummer 1919.

Aufgabe 12: Einmal falten



Das Ausgangsviereck ist ein Parallelogramm, dessen Innenwinkel 108° und 72° groß sind. Eine Seite ist so lang wie die des Fünfecks, die andere Seite setzt sich aus einer Seite und einer Diagonalen des Fünfecks zusammen. Es gilt $\overline{FE} = \overline{BF} = 2\cdot\overline{AB}\cdot \sin 54° \approx 9{,}7\text{cm}$ und damit $\overline{AE} \approx 15{,}7\text{cm}$



Aufgabe 13: Entwickelt und eingewickelt

Die vier außen liegenden Dreiecke stimmen in allen drei Winkeln überein. Gegenüber liegende Dreiecke sind sogar kongruent, da sie in der Hypotenuse übereinstimmen. Da sich beim Einklappen des Fotos die Dreiecksseiten lückenlos und ohne Überlappung aneinanderfügen, ist $\overline{EF} = \overline{EA} + \overline{HD} = \overline{AI} + \overline{ID} = \overline{AD}$.

$\overline{AD} = \sqrt{9^2 + 13^2}\ \text{cm} = 5\sqrt{10}\ \text{cm} \approx 15{,}8\,\text{cm}$.

Da der Flächeninhalt des Blattes doppelt so groß ist wie der des Fotos, erhält man für die zweite Seite $\overline{EH} = (2\cdot\overline{AC}\cdot\overline{CD})/\overline{EF} = 234/5\sqrt{10}\ \text{cm} \approx 14{,}8\,\text{cm}$.